

Unidad 1

Sugerencias didácticas y núcleos de contenido

Inicio de unidad 1

Actividad previa

- Se sugiere comenzar el trabajo de la unidad recordando las fracciones, sus características, propiedades y representaciones y luego establecer su relación con los números decimales. Para ello, pida a sus alumnos que nombren en que situaciones han visto números fraccionarios y números decimales.

Actividad complementaria

- Se sugiere trabajar con sus alumnos el campo conceptual de la fracción (marco teórico propuesto por Gérard Vergnaud para analizar la construcción conceptual de un contenido). El número decimal corresponderá a una de estas representaciones. Si bien el estudiante reconoce un número decimal es necesario mostrar sus diferentes representaciones para que se habitúen a trabajar con ellas. Un ejemplo de esto, es el siguiente:



Núcleo de contenido 1: Números decimales

Actividades previas

- Se sugiere plantear divisiones de números naturales donde el cociente sean decimales finitos. Por ejemplo:

a. $\frac{3}{4}$ b. $\frac{1}{4}$ c. $\frac{3}{6}$ d. $\frac{6}{4}$ e. $\frac{7}{5}$ f. $\frac{14}{10}$

- Pida a sus alumnos que lean las siguientes fracciones:

a. $\frac{6}{1}$ (seis enteros) c. $\frac{6}{100}$ (seis centésimos) e. $\frac{6}{10.000}$ (seis diezmilésimos)
 b. $\frac{6}{10}$ (seis décimos) d. $\frac{6}{1.000}$ (seis milésimos) f. $\frac{6}{100.000}$ (seis cienmilésimos)

Lo anterior le permite establecer relaciones entre fracciones y números decimales.

- Pida a sus alumnos que busquen números decimales en diarios y revistas. Luego que los clasifiquen según sus semejanzas y diferencias. Por ejemplo, número de cifras.

Actividades complementarias

- Pida a sus alumnos que busquen en diarios y revistas alguna información entregada o presentada en números decimales. Identifican y escriben la cifra decimal en palabras.

Por ejemplo:

La acción de Enersis se vende a \$60,69" ► "La acción de Enersis se vende a sesenta pesos y sesenta y nueve centavos".

Plantear para cada situación las siguientes preguntas:

- ¿Qué representa la parte entera del número decimal?
- ¿Qué representa la cifra decimal?

- Pida a sus alumnos completar las siguientes tablas:

Número decimal	Parte entera	Parte decimal
35,2		
54,32		
2,676		
0,324		
256,0508		

Número Decimal	Centena	Decena	Unidad	Décimos	Centésimos	Milésimos
14,5						
4,31						
13,569						
0,98						
120,7						
4,682						

- Pida a sus alumnos que ordenen de forma creciente los siguientes números
 - a) 0,37 - 0,037 - 0,3 - 0,333
 - b) 0,4 - 0,04 - 0,42 - 0,041
 - c) 5,78 - 5,8 - $5,\bar{7}$ - 5,08
 - d) 9,1 - 9,01 - 9,12 - 9,019

- Pida a sus alumnos que intercalen un decimal que cumpla con el orden establecido
 - a) 0,53 0,5 0,49
 - b) 0,19 0,22 0,32
 - c) 2,4 2,38 2,32
 - d) 1,9 1,91 1,95

Núcleo de contenido 2: Adición y sustracción de números decimales

Actividad previa

- Anotar en el pizarrón diversos números naturales. Luego pedir a los alumnos que expliquen cuál es la estrategia utilizada para sumar o restar los números anteriores. Por ejemplo:

14.578	2.345	406.050	675.245	2
	589		95	

Se espera que los alumnos identifiquen que es necesario hacer corresponder el valor posicional de cada cifra antes de sumar, es decir, unidades con unidades, decenas con decenas, centenas con centenas, etc.

Actividades complementarias

- Pida a sus alumnos que completen tablas de doble entradas como las siguientes.

+	0,6	1,4	2,9	3,64
4,2				
15,14				
22,71				
7				

-	0,06	1,1	2,08	1
7,23				
18,3				
38,001				
5				

- Pida a sus alumnos que resuelvan problemas que impliquen la división de trazos y relación de magnitudes.
Por ejemplo:

De una cuerda de 2,8 metros de largo se desean cortar una cuerda de 120 centímetros, otra de 6,5 cm y otra de 2,47 centímetros. ¿Cuántos centímetros de cuerda sobran? ¿Cuántos metros de cuerda sobran?

- Pida a sus alumnos que resuelvan adiciones y sustracciones de decimales infinitos. Recordar que para resolver estas adiciones y sustracciones deben transformar los números decimales a fracción.

a. $2,\bar{3} + 3,\bar{4} =$	c. $7,\bar{04} + 2,\bar{52} =$	e. $9,\bar{5} - 4,\bar{6} =$	g. $15,\bar{8} - 6,\bar{08} =$
b. $5,\bar{73} + 5,\bar{9} =$	d. $39,\bar{3} + 12,\bar{13} =$	f. $9,\bar{7} - 0,\bar{99} =$	h. $34,9\bar{1} - 25,0\bar{59} =$

Sugerencia de tarea

- Pida a sus alumnos que inventen tres expresiones que den como resultado 0,01; usando como mínimo dos paréntesis y las operaciones de adición y sustracción.

Núcleo de contenido 3: Multiplicación y división de números decimales

Actividades previas

- Recordar la multiplicación de números naturales cuando los factores tienen dos o más cifras, por ejemplo:

a. $368 \times 24 =$ b. $293 \times 190 =$ c. $492 \times 352 =$ d. $3.329 \times 739 =$

- Recordar la multiplicación de fracciones. Por ejemplo:

a. $\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} =$ b. $\frac{12}{6} \times \frac{9}{13} =$ c. $\frac{4}{5} \times \frac{8}{10} =$ d. $\frac{25}{60} \times \frac{30}{15} =$

- Recordar la división de números naturales cuando el divisor tienen dos o más cifras, por ejemplo:

a. $8.128 : 32 =$ b. $4.390 : 520 =$ c. $73.777 : 327 =$ d. $653.927 : 421 =$

- Recordar la división de fracciones. Por ejemplo:

a. $\frac{8}{4} : \frac{9}{3} =$ b. $\frac{7}{3} : \frac{6}{9} =$ c. $\frac{7}{10} : \frac{5}{15} =$ d. $\frac{4}{15} : \frac{20}{6} =$

Actividades complementarias

- Pida a sus alumnos que resuelvan las siguientes multiplicaciones, utilizando dos métodos distintos, por ejemplo, escribiendo los decimales como fracción o multiplicando los decimales de manera directa.

a. $3,37 \times 4,9$ b. $64,01 \times 4,23$ c. $51,098 \times 0,903$ d. $1.355 \times 0,05$

- Plantear a sus alumnos las siguientes divisiones. Las resuelven y comprueban sus resultados multiplicando.

a. $45,36 : 0,4$ b. $94,365 : 1,9$ c. $23,009 : 0,26$ d. $5.725 : 0,\overline{7}$

Pregunte a sus estudiante ¿es posible utilizar otro método, cuál?

Actividades de refuerzo

- Si lo desea puede trabajar con sus alumnos la **Ficha 1**, sobre aproximación de números decimales.

Núcleo de contenido 4: Análisis y tratamiento de información

Actividades previas

- Se sugiere pedir a sus alumnos que lean y analicen la siguiente situación. Luego responden.

En la Región Metropolitana hay aproximadamente 5,7 millones de habitantes en sectores urbanos. Por su parte, la Región de Aysén está constituida por 68,5 mil habitantes en las zonas urbanas, aproximadamente.

- ¿Cuál de las dos regiones tiene mayor población urbana?
- ¿A cuántos habitantes representan el número entero 5 en el caso de la RM?
- ¿A cuántos habitantes representan los siete décimos en el caso de la RM?
- ¿A cuántos habitantes representan los 5 décimos en la población de Aysén?

Actividades complementarias

- Pedir a sus alumnos que dada la siguiente tabla, analicen la información, identificando de que trata cada columna. Pedir que de manera intuitiva, analicen la columna referida a "variación". Preguntar: ¿Qué les dice la palabra? ¿Qué relación tiene con los precios? ¿Por qué hay un signo "menos" delante de algunos números?

PAN, CEREALES Y PRODUCTOS PARA CÓCTEL					
PAN			Mayo 2007	Junio 2007	Variación
	CORRIENTE	KILO	631,40	631,15	-0,04
	ESPECIAL	KILO	779,69	774,17	-0,71
GALLETAS					
	GALLETAS DULCES	PAQUETE	335,64	336,35	0,21
	GALLETAS SALADAS	PAQUETE	429,80	430,20	0,09
PRODUCTOS PARA CÓCTEL					
	PAPAS SALADAS	BOLSA	831,86	828,37	-0,42
	RAMITAS SALADAS	BOLSA	547,02	546,56	-0,08
	MANÍ	BOLSA	446,54	453,19	1,49
	ACEITUNAS	BOLSA	522,41	534,67	2,35

Fuente: INE

- Pedir a sus alumnos que busquen información en la prensa, en libros o en Internet sobre la población en diversas ciudades del país. Analizan y confeccionan una tabla en la cual todos los datos se expresen utilizando una misma unidad (millones o miles). Fundamentan la elección de la unidad. Analizan la utilización de números decimales en este tipo de información, a través de preguntas como: ¿Se puede hablar de 2,5 millones de personas? ¿Y de 2,5 personas?
- Repiten la actividad anterior, pero ahora referida a la producción por región.

Las actividades anteriores tienen por objetivo, que los alumnos establezcan claramente la utilización de números decimales y se den cuenta bajo que situaciones es conveniente utilizarlos. Por ejemplo, al hablar de la producción de cobre de nuestro país.

Números decimales

Los números decimales se pueden encontrar en diversas situaciones de la vida cotidiana, por ejemplo:

- En el sistemas métricos.
 - En la medición de la temperatura: La temperatura mínima es de **3,8°C**.
 - En la medición del tiempo: El tiempo de espera es de **3,5 horas**.
 - En la medición de la distancia recorrida: Un atleta corrió **19,4 km**.
- En la aplicación de un interés: El tasa aplicada al crédito fue de un **2,7%**.
- En las calificaciones obtenidas: La nota promedio general del curso fue de **6,4**.

Nuestra escritura decimal es consecuencia directa de la utilización de fracciones decimales (con denominador 10 o potencia de 10). El creador de estos números fue el científico **Simón Stevin** (1548-1620). Nacido en Brujas, ciudad de Bélgica, quien los publicó en 1585 en su obra **De Thiende**.

Para entender los números decimales, tenemos que recordar el concepto de **fracción**, que es una forma de expresar una división, la que nos servirá como herramienta para las operatorias con los decimales.

Es así como 2 : 5 puede escribirse como:

$$\frac{2}{5} \rightarrow \text{Corresponde al } \textit{numerador}, \text{ indica que se han considerado 2 partes.}$$
$$\frac{2}{5} \rightarrow \text{Corresponde al } \textit{denominador}, \text{ indica que un entero se dividió en 5 partes iguales.}$$

Nota: $\frac{2}{5}$ es equivalente a 0,4

Las fracciones pertenecen al conjunto de los **números racionales: Q**. De acuerdo a su numerador, se pueden clasificar en **propias** e **impropias**; y según su denominador, en comunes y decimales.

Fracciones decimales y números decimales

Son aquellas que tienen como denominador a cualquier potencia de 10, llevando por denominador cualquier otro número natural y sus *fracciones comunes*.

Por ejemplo:

$$\frac{7}{10} = 0,7$$

$$\frac{4}{100} = 0,04$$

$$\frac{35}{100} = 0,35$$

$$\frac{1.358}{1.000} = 1,358$$

Clasificación de números decimales

De acuerdo al cociente de la división, los números decimales se pueden clasificar en **finitos** e **infinitos**.

Decimales finitos

- Son aquellos cocientes que no dejan residuo, porque el divisor cabe exactamente en el dividendo, es decir, el denominador cabe exacto en el numerador, en otras palabras, es el que tiene en su parte decimal un número limitado de cifras decimales. Por ejemplo:

$$\frac{23}{4} = 5,75.$$

$$\frac{10}{20} = 0,5$$

Decimales infinitos

- Son aquellos cocientes que siempre dejan residuo, porque el divisor no cabe nunca en el dividendo, es decir, siempre se puede continuar realizando la división, en otras palabras, tiene en su parte decimal un número ilimitado de cifras decimales. En este caso encontramos decimales infinitos periódicos, semiperiódicos y no periódicos.

Periódicos

Son números decimales donde, inmediatamente después de la coma, hay una o más cifras (periodo) que se repiten infinitamente.

Por ejemplo:

$$3,44444... = 3,\overline{4}$$

Parte entera Periodo

Semiperiódicos

Son números decimales donde, entre la coma y el período, hay una o más cifras distintas a él.

Por ejemplo:

$$3,4565656... = 3,4\overline{56}$$

Parte entera Periodo

No periódico

Son número decimal que tiene ilimitadas cifras decimales, pero no hay ninguna cifra o grupo de cifras que se repita.

Por ejemplo:

$$3,14159265... = \pi(pi)$$

Parte entera continúa indefinidamente

Operatoria con números decimales

Para operar los números decimales se debe tener en cuenta con que tipos de decimales se está trabajando, finitos o infinitos.

- ✓ La forma de proceder en el caso que nos veamos enfrentado a decimales finitos.
- Para sumar o restar números decimales se deben ordenar los términos de acuerdo a su valor posicional y luego suma o restar sin olvidarse de poner la coma en el lugar correspondiente.

$$34,67 + 2,3$$

$$\begin{array}{r} 34,67 \\ + 2,30 \\ \hline 36,97 \end{array}$$

$$647,69 - 31,37$$

$$\begin{array}{r} 647,69 \\ - 31,37 \\ \hline 643,37 \end{array}$$

- La multiplicación entre números decimales se realiza igual que la de números naturales, pero, en el producto se separa con una coma la cantidad de cifras decimales que tienen en total los factores.

$$\begin{array}{r} 15.654,34 \\ \times 2,1 \\ \hline 1565434 \\ + 3630868 \\ \hline 48974114 \end{array} \quad \blacktriangleright \quad 15.654,34 \times 2,1 = 48.974,114$$

- Al dividir números decimales, se pueden distinguir tres casos:

El dividendo es un número decimal y el divisor es un número entero.

Se hace la división como si fueran números enteros, pero al bajar la primera cifra decimal de la parte decimal se pone la coma en el cociente.

$$\begin{array}{r} 325,8 : 4 = 81,4 \\ 5 \\ 18 \\ 2 \end{array}$$

El dividendo es un número entero y el divisor es un número decimal.

Se suprime la coma del divisor y se añaden tantos ceros al dividendo como cifras decimales tenga el divisor.

$$\begin{array}{r} 44 : 5,5 = 8 \\ 440 : 55 = 8 \end{array}$$

El dividendo y el divisor son números decimales.

Se suprime la coma del divisor y se desplaza la coma del dividendo tantos lugares a la derecha como cifras decimales tenga el divisor. Si es necesario se agregan ceros al dividendo.

$$\begin{array}{r} 17,28 : 5,4 = 3,2 \\ 172,8 : 54 = 3,2 \end{array}$$

- ✓ La forma de proceder en el caso que nos veamos enfrentado a decimales infinitos (método genérico) es: los números decimales se debe transformar a su equivalente en fracción y luego operar, al tener la fracción

resultante volvemos a la escritura en decimal (*no se realizarán simplificaciones entre los pasos intermedios de cada operatoria*).

- Para sumar o restar.

$$19,\overline{2} + 9,0\overline{3} = \frac{173}{9} + \frac{813}{90} = \frac{2543}{90} = 28,2\overline{5}$$

$$9,\overline{25} - 2,\overline{3} = \frac{916}{99} - \frac{231}{9} = \frac{685}{99} = 6,9\overline{1}$$

- Para multiplicar.

$$3,0\overline{5} \cdot 5,1\overline{7} = \frac{275}{90} \cdot \frac{466}{90} = \frac{128150}{8100} = 15,8209876\dots$$

- Para dividir.

$$19,\overline{6} \div 0,12\overline{3} = \frac{177}{9} \div \frac{111}{900} = \frac{159300}{999} = 159,45\overline{945}$$

Nota: Se debe tener pendiente lo que sucede con los números decimales infinitos no periódicos, ya que la forma para operarlos es solo mediante una aproximación, redondeo o truncamiento. Con lo que se obtendrá una aproximación del resultado.

Aproximación números decimales

Existen dos tipos de aproximación, uno por redondeo y otro por truncamiento. En ambos casos se debe indicar a la cifra decimal que se quiere aproximar.

Aproximación por redondeo

Si la primera cifra que se quiere eliminar es menor que 5, se suprime. Sin embargo, si la cifra es mayor o igual a 5, se suma 1 a la cifra ubicada a la izquierda de esta.

Por ejemplo:

El número 43,0394 aproximado a:

- los décimos (43,0).
- los centésimos (43,04).
- los milésimos (43,039).

Aproximación por truncamiento

Se suprimen las cifras siguientes.

Por ejemplo:

El número 43,345 aproximado a:

- los décimos (43,3).
- los centésimos (43,34).
- los milésimos (43,345).

Operatorias en números decimales infinitos no periódicos.

En primer lugar se debe optar por una aproximación por redondeo o por truncamiento, en este caso se realizara por truncamiento a la centésima.

$$\pi - e = 3,14159265\dots - 2,71828183\dots \approx 3,14 - 2,71 \approx 0,43$$

$$\phi \cdot \pi = 1,61803398\dots \cdot 3,14159265\dots \approx 1,61 \cdot 3,14 \approx 5,0554 \approx 5,06$$

EVALUACIÓN DE LA UNIDAD

Preguntas de alternativas

- Encierra la alternativa que consideres correcta.

1. ¿Cómo se escribe cinco enteros y treinta y seis millonésimos?

- A. 5,36
- B. 5,00036
- C. 5,0000036
- D. 5,000036

2. ¿Cómo se define el número 5,675?

- A. Un número decimal finito.
- B. Un número decimal periódico.
- C. Un número decimal semiperiódico.
- D. Un número decimal entero.

3. ¿Cuál es la fracción equivalente a $0,2\overline{32}$?

- A. $\frac{232}{900}$
- B. $\frac{209}{900}$
- C. $\frac{232}{990}$
- D. $\frac{209}{990}$

4. ¿Por cuánto se debe amplificar la fracción $\frac{4}{5}$, para que sea una fracción de denominador 10?

- A. $\frac{1}{2}$
- B. 0,8
- C. 2
- D. 10

5. ¿Cuál es el mayor número entre $0,\overline{65}$; $0,0\overline{5}$; $0,68$; $0,\overline{6}$ y $0,6$?

- A. $0,\overline{68}$
- B. $0,\overline{65}$
- C. $0,\overline{6}$
- D. $0,0\overline{6}$

6. La suma de dos números es 1,25 y la diferencia entre ellos es 0,5. ¿Cuáles son los números?
- A. 0,75 y 0,5
 - B. 0,85 y 0,5
 - C. 0,825 y 0,325
 - D. 0,875 y 0,375
7. ¿Cuál de las siguientes multiplicaciones tiene un producto mayor?
- A. 0,0765 y 0,59
 - B. 0,9 y 0,39
 - C. 0,93 y 0,5
 - D. 1,5 y 0,009
8. ¿Cuál es el producto de la multiplicación $0,2 \times 0,05$?
- A. 0,001
 - B. 0,01
 - C. 0,1
 - D. 1
9. De una botella de $\frac{3}{4}$ litro de leche, se ha consumido la mitad. ¿Cuánta leche queda en la botella?
- A. 0,125 cc
 - B. 0,375 cc
 - C. 0,50 cc
 - D. 0,625 cc
10. Un tambor contiene 50 litros de aceite. Si se deben envasar en botellas de 0,25 L, ¿cuántas botellas se necesitan?
- A. 20 botellas
 - B. 85 botellas
 - C. 125 botellas
 - D. 200 botellas
11. ¿Cuánto se debe sumar a 2,5 para obtener 3,752?
- A. 1,252
 - B. 1,852
 - C. 2,252
 - D. 5,252
12. ¿Cuál es el cociente entre 4.800 y 0,005?
- A. 960
 - B. 9.600
 - C. 96.000
 - D. 960.000

13. ¿Cuál es la aproximación, por redondeo, a la centésima del número 49,7879?

- A. 49,788
- B. 49,9
- C. 49,79
- D. 49,78

14. ¿Cuál es la aproximación, por truncamiento, a la milésima del número 23.458,2346?

- A. 23.458,2
- B. 23.458,23
- C. 23.458,234
- D. 23.458,2346

15. ¿Cuál de las siguientes divisiones tiene por cociente un número menor a 1?

- A. $200 : 0,05$
- B. $234 : 0,2$
- C. $123 : 0,4$
- D. $1,02 : 8$

Pregunta de desarrollo

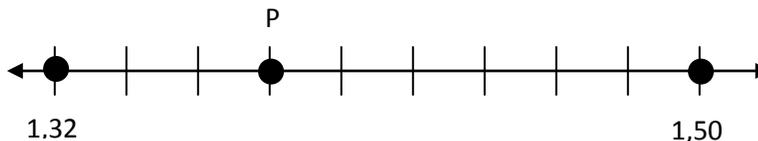
- Lee atentamente. Luego responde.

1. Se tienen 6 litros de agua. Si se desean llenar botellas de 0,75 litros, ¿cuántas botellas se pueden llenar? ¿Y al considerar botellas de 0,375 litros?

2. El perímetro de un cuadrado es 26.52 cm. Determina:

- a. La longitud del lado del cuadrado.
- b. El perímetro del triángulo equilátero cuyo lado coincide con el del cuadrado.

3. Observa y luego responde.



- ¿A qué número corresponde el punto P? Explica la estrategia utilizada.

4. Ordenar los siguientes números de mayor a menor:

- a. $0,9 - 0,88 - 0,98 - 0,09$
- b. $0,06 - 0,66 - 0,6 - 0,07$

Ficha de refuerzo N° 1: Aproximación de números decimales

1. Aproxima cada número decimal, según se indica.

Aproxima al entero		
Número decimal	Por redondeo	Por truncamiento
345,267		
34,098		
0,9897		
5,678		
7,00765		

Aproxima a la centésima		
Número decimal	Por redondeo	Por truncamiento
45,0987		
234,0999		
83,0764		
5,07654		
8,000755		

Aproxima al décimo		
Número decimal	Por redondeo	Por truncamiento
67,3442		
27,08989		
6,1256		
5,08756		
0,5645		

Aproxima a la milésima		
Número decimal	Por redondeo	Por truncamiento
234,07654		
67,6754		
547,11452		
2,000654		
9,0991198		

2. Lee y luego responde.

a. Una casa vale 1.440 UF (Unidad de fomento). Si se paga en 20 años se cancela en total 2,45 veces su valor. ¿Cuántas UF se deben pagar en total? ¿Puedes aproximar? Explica.

b. Un automóvil con estanque lleno recorre 632,9 km. Si un litro de combustible rinde 17,6 km, ¿qué capacidad en litros redondeados a la décima, tiene el estanque?

c. La señora Marta compró 4,5 metros de elástico. El metro costaba \$124 ¿Cuánto pagó?

Solucionario evaluación

Preguntas de alternativas

- | | |
|------|-------|
| 1. D | 9. B |
| 2. A | 10. D |
| 3. B | 11. A |
| 4. C | 12. D |
| 5. A | 13. C |
| 6. D | 14. C |
| 7. C | 15. D |
| 8. B | |

Preguntas de desarrollo

1. 8 y 16 botellas, respectivamente.

2.

a. La longitud del cuadrado es de 6,63 cm.

b. El perímetro del triángulo es de 19,89 cm.

3. P es igual a 1,38

4.

a. 0,98 - 0,9 - 0,88 - 0,09

b. 0,66 - 0,6 - 0,07 - 0,06

Solucionario ficha de refuerzo

1.

Aproxima al entero		
Número decimal	Por redondeo	Por truncamiento
345,267	345	345
34,098	34	34
0,9897	1	0
5,678	6	5
7,00765	7	7

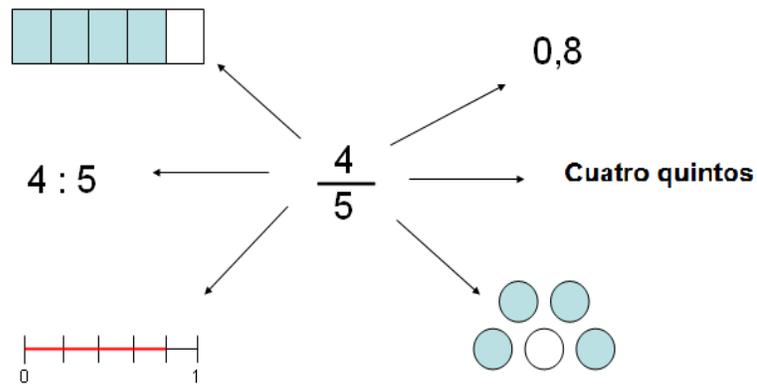
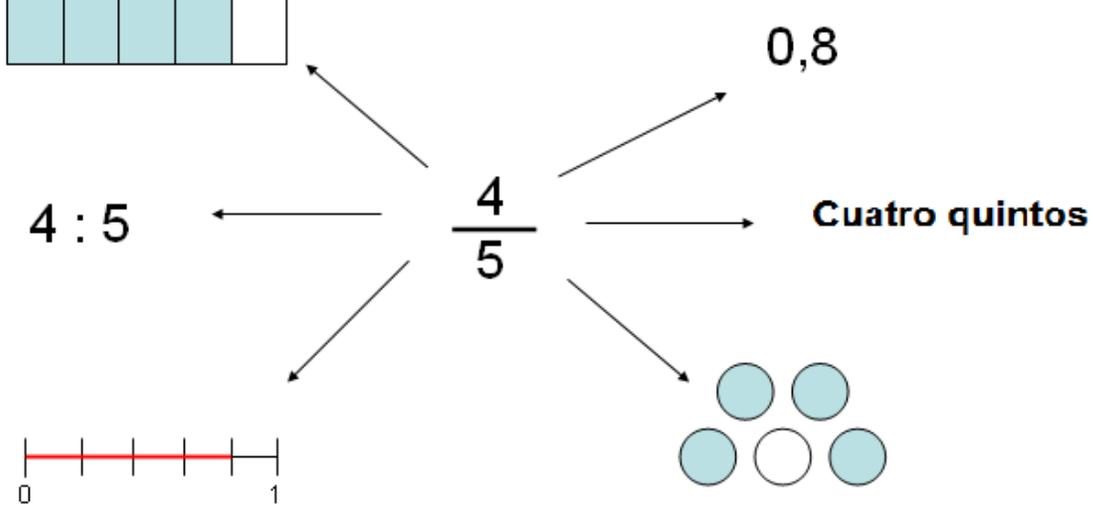
Aproxima a la centésima		
Número decimal	Por redondeo	Por truncamiento
45,0887	45,09	45,08
234,0799	234,08	234,07
83,0764	83,08	83,07
5,07654	5,08	5,07
8,000755	8,00	8,00

Aproxima al décimo		
Número decimal	Por redondeo	Por truncamiento
67,3442	67,3	67,3
27,08989	27,1	27,0
6,1256	6,1	6,1
5,08756	5,1	5,0
0,5645	0,6	0,5

Aproxima a la milésima		
Número decimal	Por redondeo	Por truncamiento
234,07654	234,077	234,076
67,6754	67,675	67,675
547,11452	547,115	547,114
2,000654	2,001	2,000
9,0991198	9,099	9,099

2.

- Se cancelan 3,528 UF. Sí, pero me deben indicar al valor posicionad y que tipo de aproximación se desea.
- El estanque tiene una capacidad de 40 L.
- La señora Marta pago \$558 por los 4,5 metros de elástico



Y en él establecer la razón como una comparación por cociente. Comentar que dos números se pueden comparar además por diferencia. Explicar claramente a los alumnos que si bien es cierto la fracción y la razón tienen la misma representación visual los términos de una fracción son números enteros y es una relación de una parte con el todo.

Actividades complementarias

- Con el fin de ejercitar la identificación de la constante de proporcionalidad de una razón. Se recomienda utilizar como recurso, completar tablas, como la que se presenta a continuación.

Simplifica por 3	
Fracción inicial	Fracción final
$\frac{6}{12}$	
$\frac{30}{12}$	
$\frac{24}{9}$	
$\frac{18}{6}$	

Amplifica por 7	
Fracción inicial	Fracción final
$\frac{2}{3}$	
$\frac{4}{5}$	
$\frac{1}{9}$	
$\frac{5}{1}$	

- Para ejercitar el cálculo en el valor de una razón. Se recomienda que los alumnos calculen las siguientes divisiones.

a. $\frac{18}{6}$

d. $\frac{21}{3}$

f. 900 : 5

h. 90.018 : 6

b. $\frac{24}{4}$

e. $\frac{56}{7}$

g. 6.340 : 4

i. 1680 : 8

Núcleo de contenido 1: Razones

Actividad previa

- Para un trabajo de carácter exploratorio y empírico. Se sugiere pedir a los alumnos que hagan diversas comparaciones entre cantidades (guiar a la comparación por división), por ejemplo, utilizando elementos de la vida cotidiana, como en el caso del trabajo con equivalencias de monedas (10 monedas de \$ 10 y 2 monedas de \$ 50).

Actividades complementarias

- Para visualizar si el alumno reconoce la diferencia entre una fracción y una razón. Se sugiere plantear las siguientes situaciones comunes, en las que se reconozca la existencia de una relación (razón). Además, se recomienda pedir a los estudiantes justificar sus respuestas, dando mayor énfasis a las situaciones que no corresponden a una razón.
 - a. Distancia recorrida y tiempo transcurrido.
 - b. Cantidad de mujeres y hombres en el curso.
 - c. Cantidad de años de una persona y largo de sus uñas.
 - d. Estatura de una persona y el largo de su cabello.
 - e. Cantidad de despierto y cantidad de horas de sueño.
- Se aconseja que los alumnos identifiquen el valor de una razón y la constante de la misma a través de completación de tablas sencillas, como la que se presenta a continuación.

Razón	Valor de la razón	Constante
2 : 5		
4 : 7		
8 : 10		

- Se sugiere, para trabajar con razones y geometría, plantear problemas que involucren, en cierta medida, la necesidad de recordar las propiedades de algunas figuras geométricas, por ejemplo, la suma de los ángulos interiores de un triángulo, área y perímetro de algunas figuras planas, radio de una circunferencia en relación a su perímetro, etc.

- Las medidas de los ángulos interiores de un triángulo están en la razón 7 : 6 : 5. ¿Cuál es la medida de cada uno de los ángulos interiores?
- Las medidas de los ángulos exteriores de un triángulo están en la razón 3 : 4 : 5. ¿Cuál es la medida de cada uno de los ángulos exteriores?
- Las medidas de los ángulos interiores de un cuadrilátero están en la razón 2 : 3 : 4 : 5. ¿Cuál es la medida de cada uno de los ángulos interiores?

Sugerencia de taller en clases

- Materiales: 5 Lápices de diferentes tamaños y una huincha de medir.
- Indicaciones:
 - Los alumnos salen al patio y entierran los lápices en la tierra. Posteriormente miden las alturas de estas y sus sombras. Registran los datos en la siguiente tabla.

Medida de las Lápices (altura)	Medida de la Sombra
h1	s1
h2	s2
h3	s3
h4	s4
h5	s5

- Se identifica las razones: altura es a sombra (las que deberán ser iguales):
 $h1 : s1 = h2 : s2 = h3 : s3 = h4 : s4 = h5 : s5$
- Luego de este trabajo se recomienda contextualizar que según se dice, de esta misma manera Thales de Mileto (VI a.c.), utilizando sólo su bastón, logró medir la altura de una enorme pirámide de Egipto.

Nota: Este taller se propone como sugerencia para repasar razones y además, como una aproximación a proporcionalidad. Puede utilizarse en cualquiera de ambos casos según se estime conveniente.

Sugerencia de tarea

- Los alumnos investigan en qué situaciones de su vida diaria se utilizan razones. Por ejemplo, para recetas de cocinas.

Núcleo de contenido 2: Variaciones proporcionales

Actividad previa

- Como primer acercamiento al trabajo con variaciones proporcionales se sugiere utilizar material concreto o herramientas tecnológicas, como un software matemático. (geoplano, cartulina o papel).
 - a. Haciendo uso del material de apoyo, se pueden construir o representar figuras planas y luego, por ejemplo, hacer variar la medida de sus lados. Se recomienda primero de manera proporcional, y luego no proporcional.
 - b. Posteriormente observar las figuras confeccionadas y establecer semejanzas y diferencias entre los grupos representados (proporcionales y no proporcionales).

Actividad complementaria

- Se sugiere ser insistente en propiciar actividades que permitan establecer semejanzas y diferencias entre magnitudes proporcionales y magnitudes no proporcionales. Haciendo que los alumnos completan las siguientes tablas, como la siguiente.

Triángulos de lados proporcionales			
Medida lado a	Medida lado b	Medida lado c	Perímetro del triángulo
2 cm	3 cm	4 cm	
3 cm	4 cm	5 cm	
			15 cm
			27 cm
			45 cm

Triángulo de lados no proporcionales			
Medida lado a	Medida lado b	Medida lado c	Perímetro del triángulo
3 cm	5 cm	7 cm	
2 cm	4 cm	6 cm	
3 cm	6 cm	9 cm	
			15 cm
			28 cm

¿Qué ocurre con los perímetros de los triángulos proporcionales? ¿Qué ocurre con los perímetros de los triángulos no proporcionales?

Recomendación: Si el nivel de los estudiantes es avanzado, se propone realizar una actividad similar, pero utilizando gráficos como recurso visual para establecer estas diferencias y similitudes.

Núcleo de contenido 3: Proporcionalidad directa

Actividad previa

- Se recomienda hacer un debate donde los alumnos planteen en el pizarrón situaciones cotidianas de magnitudes que aumentan o disminuyen a la vez y que dialoguen con respecto a:
 - ¿Qué variables están presentes en cada situación?
 - ¿Qué ocurre con las magnitudes si una aumenta?
 - ¿Qué ocurre con las magnitudes si una disminuye?

Nota: Se propone un debate, ya que se logrará visualizar como pugnan los conocimientos previos de los alumnos en relación al grupo curso, además, a través de la experimentación, lograrán concluir y conjeturar lo contingente a la proporcionalidad directa. Se recomienda que el profesor actúe solo como moderador y que no intervenga en el análisis de los alumnos y posterior al debate deberá institucionalizar y formalizar.

Actividades complementarias

- Los alumnos determinan si las siguientes igualdades forman una proporción.

a. $\frac{3}{6} = \frac{3}{4}$

c. $\frac{0,25}{2} = \frac{2}{16}$

e. $\frac{24}{18} = \frac{8}{6}$

g. $\frac{1,6}{8} = \frac{0,6}{3}$

b. $\frac{9}{4} = \frac{4}{9}$

d. $\frac{12}{8} = \frac{9}{6}$

f. $\frac{10}{2} = \frac{25}{5}$

h. $\frac{3,2}{2,4} = \frac{3,6}{2,7}$

- Los alumnos determinan el valor de la incógnita para que las siguientes igualdades formen una proporción.

a. $\frac{9}{4} = \frac{x}{8}$

b. $\frac{30}{45} = \frac{x}{50}$

c. $\frac{28}{9} = \frac{14}{x}$

d. $\frac{3}{10} = \frac{2,5}{x}$

- Para facilitar el cálculo de proporcionalidades directas se sugiere que los alumnos utilicen la siguiente estructura para resolver los ejercicios.

Variable 1: _____

Variable 2: _____

Recomendación: Se debe tener presente orientar a los alumnos con respecto al tipo de pregunta que deben formular para determinar el tipo de proporcionalidad que se plantea en un ejercicio verbal. Por ejemplo, si la proporcionalidad es: "Cantidad de kilómetros recorridos y combustible utilizado". La pregunta optima debería ser: *¿A más kilómetros gastaré más o menos combustible?*

Núcleo de contenido 4: Proporcionalidad inversa

Actividad previa

- Se recomienda hacer un debate donde los alumnos planteen en el pizarrón situaciones cotidianas de magnitudes que al aumentar una, la otra disminuya y viceversa y que dialoguen con respecto a:
 - ¿Qué variables están presentes en cada situación?
 - ¿Qué ocurre con las magnitudes si una aumenta?
 - ¿Qué ocurre con las magnitudes si una disminuye?

Actividad complementaria

- Con el fin de propiciar y robustecer el uso del registro gráfico en situaciones de variación inversamente proporcional es recomendable pedir a los alumnos que grafiquen alguna situación, como la que se presenta a continuación, e indiquen la estrategia utilizada para tabular la información.

Se tienen dos magnitudes A y B. inversamente proporcionales. Si A vale 8 cuando B vale 12, ¿cuánto vale B si A vale 24?

Actividad de ampliación

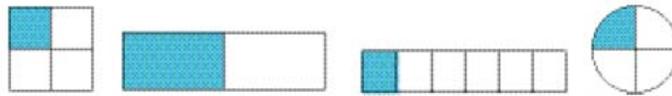
- Si lo considera pertinente puede trabajar con sus alumnos(as) la **Ficha 1**, sobre proporcionalidad compuesta, contenida en el CD.

Núcleo de contenido 5: Porcentaje

Actividades previas

- Para abordar Porcentajes, se recomienda comenzar por ampliación y simplificación de fracciones y establecer su relación con porcentajes (fracciones de denominador 100). Se sugiere plantear a los alumnos actividades como las siguientes:

1. Determina la fracción representada en cada caso.



2. Amplifica y/o simplifica cada una de las siguientes fracciones para obtener una fracción con denominador 100, y luego escribe el porcentaje correspondiente.

a. $\frac{5}{20} \rightarrow \frac{\square}{\square} \rightarrow \text{---}\%$ c. $\frac{21}{45} \rightarrow \frac{\square}{\square} \rightarrow \text{---}\%$ e. $\frac{60}{125} \rightarrow \frac{\square}{\square} \rightarrow \text{---}\%$
 b. $\frac{250}{350} \rightarrow \frac{\square}{\square} \rightarrow \text{---}\%$ d. $\frac{256}{220} \rightarrow \frac{\square}{\square} \rightarrow \text{---}\%$ f. $\frac{38}{40} \rightarrow \frac{\square}{\square} \rightarrow \text{---}\%$

Actividades complementarias

- Para reconocer un porcentaje y su relación con otras notaciones se sugiere pedir a los alumnos que completen una tabla como la siguiente.

Porcentaje	Interpretación	Fracción decimal	Fracción irreducible	Número decimal
10 %				
	15 de cada 100			
		$\frac{5}{25}$		
				0,03

- Para el trabajo de aplicación de porcentaje es recomendable que los alumnos resuelvan actividades como las siguientes.

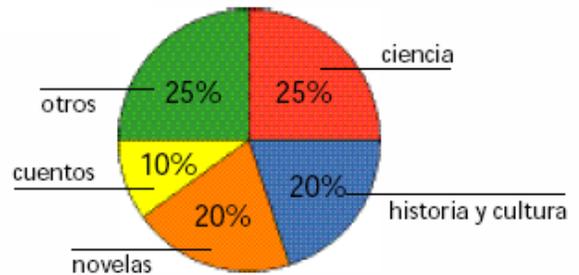
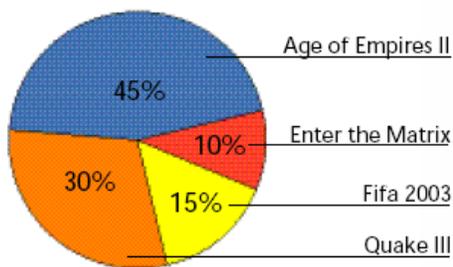
Elabora una tabla que indique el precio original de cada producto, el descuento realizado (en pesos), y el final (con descuento).

Una tienda ofrece los siguientes descuentos.

Una camiseta: 20% de descuento. Precio original \$5.300
 Un pantalón: 25% de descuento. Precio final \$4.500
 Calcetines: 50% de descuento. Precio original \$2.320
 Bufandas: 10% de descuento. Precio final \$2.250
 Bolso: 5% de descuento. Precio original \$8.640
 Zapatos: 10% de descuento. Precio original \$11.500
 Cinturones: 4% de descuento. Precio final \$4.600

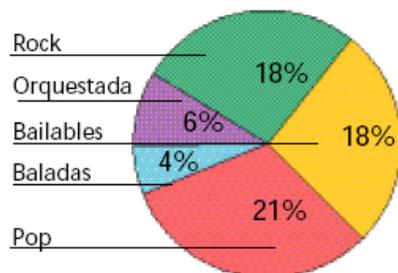
- Para abordar específicamente gráficos circulares se sugiere plantear las siguientes actividades.

1. Observa los siguientes gráficos.



- ¿Qué información entregan?
- ¿Cuál podría ser la pregunta realizada en las encuestas?
- ¿Qué opción tiene mayor preferencia? ¿Qué opción tiene menor preferencia?
- ¿Cuál hubieses escogido tú? Comenta.

2. El siguiente gráfico es **incorrecto**. Explica por qué.



- Corrige el gráfico, nómbralo y plantea la posible pregunta que resume.

Contenidos

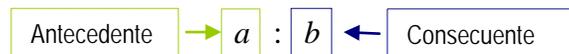
Una **Razón** es una comparación entre dos o más cantidades, puede darse por **Diferencia** o razón aritmética, es decir la razón aritmética entre a y b es $a - b$; o por **Cociente** o razón geométrica, es decir la razón geométrica entre a y b es $\frac{a}{b}$, además el cociente obtenido de esta división recibe el nombre de **Constante** o

Valor de la Razón, una Razón se compone de **antecedente** y **consecuente**.

Toda razón puede escribirse de 2 maneras:

$$\boxed{a : b} \quad \text{o} \quad \boxed{\frac{a}{b}}, \quad \text{Ambas se leen "a es a b"} \quad \forall a, b \in \mathfrak{R}$$

En toda razón $\frac{a}{b}$ se distinguen los siguientes elementos:

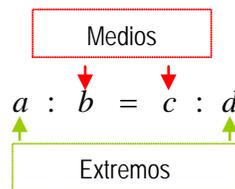


Se dirá que a , b , c y d forman una **proporción** si la razón entre a y b es la misma que entre c y d .

$$a : b = c : d \quad \text{o} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \forall a, b \in \mathfrak{R}$$

Se lee "a es a b como c es a d"

En toda proporción se distinguen los siguientes elementos:



Teorema Fundamental de las Proporciones

"Dos razones forman una proporción si y sólo si el producto de sus términos extremos es igual al producto de sus términos medios".

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc \quad , \text{ Con } b \text{ y } d \text{ distintos de cero}$$

Propiedades de las Proporciones

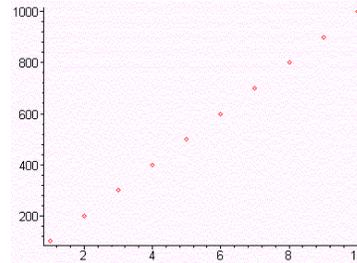
- Alternando los términos externos. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$
- Alternando los términos medios. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
- Invertiendo las razones. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$
- Permutando la proporción. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{c}{d} = \frac{a}{b}$
- Componer respecto al antecedente. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$
- Componer respecto al consecuente. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$
- Descomponer respecto al antecedente. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$
- Descomponer respecto al consecuente. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$
- Componer y descomponer a la vez. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

Proporcionalidad Directa

Dos magnitudes o variables se dicen que son **directamente proporcionales** si el **cociente entre ellas es constante (k)**.

En una **proporcionalidad directa**, si una de las variables crece (o disminuye), la otra también debe crecer (o disminuir), en general, a y b son directamente proporcionales cuando al variar a, b varía en la misma proporción. El Teorema Fundamental de las Proporciones se puede aplicar directamente si dos razones son directamente proporcionales.

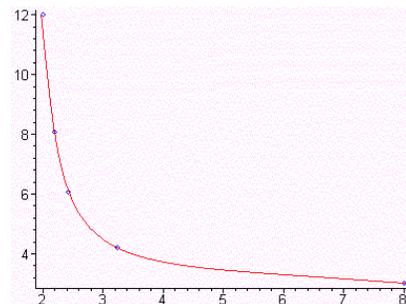
Su gráfica corresponde a una **recta** que siempre pasa por el origen.



Proporcionalidad Inversa

Dos magnitudes se dicen que son **inversamente proporcionales** si el **producto entre ellas es constante (k)**. En una **proporcionalidad inversa**, si una de las variables crece (o disminuye), la otra disminuye (o crece). Para aplicar el Teorema Fundamental de las Proporciones se debe invertir una de las razones, si y solo si estas son inversamente proporcionales.

Su gráfica corresponde a una **hipérbola**, en otras palabras, es una curva que tiene la propiedad que mientras más pequeño es, en este caso a, más grande es b y viceversa.



Proporcionalidad Compuesta

La **proporcionalidad compuesta** es la combinación de proporcionalidades directas e inversas.

Para resolver un problema que involucre proporcionalidad compuesta se debe:

- Construir la gráfica o tabla del problema.
- Relacionar la variable desconocida con las otras variables presentes en el problema (identificar los tipos de proporcionalidad).
- Se plantea la ecuación correspondiente y se resuelve el problema.

Porcentajes

El **porcentaje**, es la comparación por cociente entre dos magnitudes, en otras palabras es una razón de denominador 100.

Se escribe: $x:100$ o $\frac{x}{100}$ o $x\%$ y se lee "x por ciento", que significa x por cada 100

Por otro lado, $a\%$ de **b**, *corresponde a* $\frac{a}{100} \cdot b$

El porcentaje es un caso particular de **proporcionalidad directa**, donde uno de los términos de la proporción es 100.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{100} \quad \left\{ \begin{array}{l} a: \text{es el porcentaje.} \\ b: \text{es la cantidad de referencia.} \\ c: \text{es el tanto por ciento.} \end{array} \right.$$

En economía, el concepto del **interés simple** es una aplicación de la proporcionalidad compuesta, en donde el Capital es directamente proporcional al Interés e inversamente proporcional al Tiempo

EVALUACIÓN DE LA UNIDAD

Preguntas de alternativas

- Encierra la alternativa que consideres correcta.

Lee y luego responde las preguntas 1, 2, 3 y 4.

En una encuesta realizada a los niños de un curso, se hicieron dos preguntas, obteniéndose la siguiente información:

- 18 niños hacen deporte y 12 niños no.
- 14 niños juegan fútbol y 16 no.

1. ¿Cuál es la razón entre los niños hacen deporte y los que no?

A. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{3}{5}$

2. ¿Cuál es la razón entre los niños no juegan fútbol y los que sí?

A. $\frac{7}{8}$

C. $\frac{6}{4}$

B. $\frac{8}{7}$

D. $\frac{14}{16}$

3. ¿Cuál es el porcentaje de alumnos que hace deporte?

- A. 30%
- B. 40%
- C. 50%
- D. 60%

4. ¿Cuál es el porcentaje aproximado, de alumnos que NO juegan fútbol?

- A. 50%
- B. 51%
- C. 52%
- D. 53%

5. En una sala de clases hay 48 estudiantes. Si por cada dos niños hay una niña. ¿Cuál es el número de niñas que hay en la sala de clases?

- A. 16
- B. 32
- C. 24
- D. 8

6. ¿Cuál(es) de las siguientes alternativas NO corresponde(n) a una proporción?

A. $\frac{5}{3} = \frac{15}{9}$

C. $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

B. $\frac{3}{7} = \frac{7}{3}$

D. $\frac{10}{4} = \frac{2}{5}$

7. ¿Cuál de las siguientes razones forma una proporción con la razón $\frac{2}{7}$?

A. $\frac{2}{14}$

C. $\frac{14}{4}$

B. $\frac{6}{21}$

D. $\frac{8}{21}$

8. ¿Cuál(es) de las siguientes proposiciones corresponde(n) a una proporción directa?

- A. Rapidez de un vehículo y distancia por recorrer.
- B. Cantidad de kilogramos y dinero a cancelar.
- C. Días de lluvia y días de sequía.
- D. Radio de una circunferencia y su perímetro.

Lee y luego responde las preguntas 9 y 10.

Los lados de un triángulo están en la razón 3 : 4 : 5. Si el perímetro total del triángulo es 36.

9. ¿Cuál es la medida del lado más largo del triángulo?

- A. 5 cm
- B. 12 cm
- C. 15 cm
- D. 20 cm

10. ¿Cuánto suman los lados restantes del triángulo?

- A. 16 cm
- B. 21 cm
- C. 24 cm
- D. 16 cm

11. Un automóvil recorre 700 kilómetros en 9 horas. ¿Cuántas horas tardará en recorrer 1.750 kilómetros?

- A. 13 horas
- B. 19 horas
- C. 22 horas y media
- D. 25 horas

12. Un electricista tarda 10 días en instalar un sistema de alarmas en un edificio. ¿Cuántos días tardarían 5 electricistas trabajando al mismo ritmo de trabajo para realizar la misma instalación?

- A. 10 días
- B. 2 días
- C. 5 días
- D. 50 días

13. Para construir un puente en 6 meses se necesitan 300 obreros, si solo se cuenta con 150 obreros. ¿Cuántos meses más se tardarán en construir el puente?

- A. 6 meses
- B. 3 meses
- C. 12 meses
- D. 9 meses

14. El 20% de los alumnos de un curso son hombres. ¿Cuántas mujeres hay en el curso, si el total de alumnos del curso es 40?

- A. 8
- B. 30
- C. 32
- D. 40

15. Una tienda hace un descuento del 25% a todos sus productos. Si Anna compró un pantalón a \$ 9.990 ¿cuál era el precio del pantalón antes de la oferta?

- A. \$ 7.992
- B. \$ 7.492
- C. \$ 13.320
- D. \$ 12.487

Pregunta abierta

1. Una encuesta acerca de la comida que preferida por los niños fue aplicada en un colegio. La tabla muestra la información recogida.

¿Cuál es tu comida favorita?

Comida	Cantidad de preferencia
Puré con salchichas	18 (20%)
Puré con huevo	6 (6%)
Arroz con salchichas	15 (17%)
Arroz con huevo	10 (1%)
Papas fritas con huevo	15 (17%)
Pollo con papas fritas	26 (29%)

- a. ¿Cuántos niños fueron encuestados? 90 niños
- b. Gráfica la información de la tabla en un gráfico circular, expresando los porcentajes, aproximados, de cada preferencia.

Ficha de ampliación N° 1: Proporcionalidad compuesta

1. Lee y luego resuelve. Identifica cada una de las variables y el tipo de proporcionalidad. Ayúdate del esquema.

a. Para alimentar a 15 gatos durante 5 días, se necesitan \$ 6.250. ¿Cuánto dinero se necesitará para alimentar a 10 gatos durante 3 días?

Ayuda Ubica siempre la incógnita en la columna central

Variable 1: _____ Variable 2: _____ Variable 2: _____

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Proporcionalidad: _____ Proporcionalidad: _____

Evalúa si tu respuesta es coherente o *no*.

b. Para alimentar a 8 perros durante 12 días se necesitan 432 kilogramos de alimento. ¿Por cuántos días se podrá alimentar a 10 perros con 1.260 kilogramos de alimento?

Variable 1: _____ Variable 2: _____ Variable 2: _____

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Proporcionalidad: _____ Proporcionalidad: _____

Evalúa si tu respuesta es coherente o *no*.

c. Un motor consume 20 litros de combustible trabajando 5 días, 3 horas diarias. ¿Cuántos días podrá operar si lo hace 9 horas diarias con 48 litros de combustible?

Variable 1: _____ Variable 2: _____ Variable 2: _____

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Proporcionalidad: _____ Proporcionalidad: _____

Evalúa si tu respuesta es coherente o *no*.