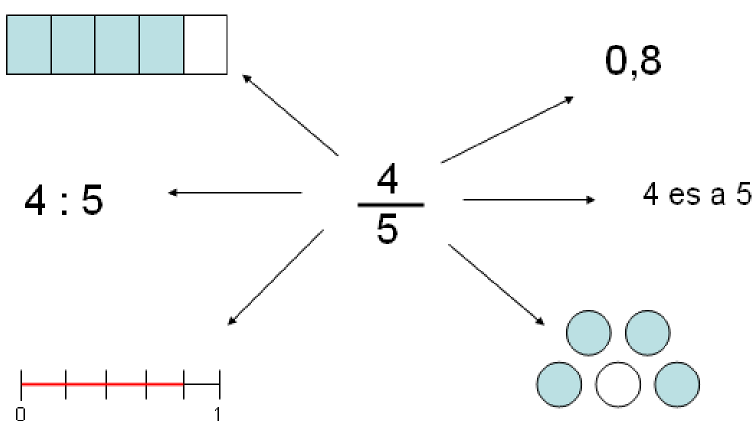
Actividad previa

- Se sugiere comenzar el trabajo de la unidad recordando las fracciones y estableciendo su relación con los números decimales. Para ello, pida a sus alumnos que en situaciones como las siguientes, escriban la fracción presente, identificando numerador y denominador.

  - Camila compra medio kilogramo de manzanas en el supermercado.
  - Sergio toma un tercio de litro de leche.
  - Catalina come un octavo de pastel.
  - Martín come tres cuartos de pizza.

Actividad complementaria

- Se sugiere trabajar con sus alumnos el campo conceptual de la fracción (marco teórico propuesto por Gérard Vergnaud para analizar la construcción conceptual de un contenido). El número decimal corresponderá a una de estas representaciones. Un ejemplo de éste, es el siguiente:



NÚCLEO DE CONTENIDO 1: NÚMEROS DECIMALES

Actividades previas

- Se sugiere plantear divisiones de números naturales donde el cociente sean decimales finitos. Por ejemplo:

a. $\frac{3}{4}$ a. $\frac{2}{4}$ a. $\frac{2}{5}$ a. $\frac{5}{4}$ a. $\frac{6}{4}$ a. $\frac{9}{8}$

- Pida a sus alumnos que lean las siguientes fracciones:

a. $\frac{4}{1}$ *(cuatro enteros)*
c. $\frac{4}{100}$ *(cuatro centésimos)*
e. $\frac{4}{10.000}$ *(cuatro diezmilésimos)*
b. $\frac{4}{10}$ *(cuatro décimos)*
d. $\frac{4}{1.000}$ *(cuatro milésimos)*
f. $\frac{4}{100.000}$ *(cuatro cienmilésimos)*

Lo anterior le permite establecer relaciones entre fracciones y números decimales.

• Pida a sus alumnos que busquen en diarios y revistas números decimales. Luego los clasifican según semejanzas y diferencias. Por ejemplo, número de cifras.

Actividad complementaria

• Pida a sus alumnos que busquen en diarios y revistas información entregada en números decimales. Identifican y escriben la cifra decimal en palabras.

Por ejemplo:

"La acción de Enersis se vende a $60,69" ► "La acción de Enersis se vende a sesenta pesos y sesenta y nueve centavos".

Plantear para cada situación las siguientes preguntas:

- ¿Qué representa la parte entera del número decimal?
- ¿Qué representa la cifra decimal?

NÚCLEO DE CONTENIDO 2: ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Actividad previa

- Plantear en el pizarrón diversos números naturales. Luego pedir a los alumnos que expliquen cuál es la estrategia utilizada para sumar o restar los números anteriores. Por ejemplo:

2.345 675.245
14.578
406.050 2
589 95

Se espera que los alumnos identifiquen que es necesario hacer corresponder el valor posicional de cada cifra antes de sumar; es decir, unidades con unidades, decenas con decenas, centenas con centenas, etc.

Actividades complementarias

- Pedir a los alumnos que completen tablas de doble entradas como las siguientes.

+	0,4	2,6	3,8	0,64
5,7				
13,06				
23,56				
9				

-	0,06	1,1	2,08	1
6,87				
26,08				
30,09				
10				

- Pedir a los alumnos que resuelvan problemas que impliquen la división de trazos y relación de magnitudes.
  Por ejemplo:

  De una cuerda de 2,8 metros de largo se desean cortar una cuerda de 120 centímetros, otra de 6,5 cm y otra de 2,47 centímetros. ¿Cuántos centímetros de cuerda sobran? ¿Cuántos metros de cuerda sobran?

- Pedir a los alumnos que resuelvan adiciones y sustracciones de decimales infinitos. Recordar que para resolver estas adiciones y sustracciones deben transformar los números decimales a fracción.

a. $0,\overline{4} + 1,\overline{2} =$ c. $6,\overline{02} + 2,\overline{3} =$ e. $23,\overline{5} - 4,\overline{6} =$ g. $35,\overline{3} - 9,\overline{208} =$

b. $2,\overline{3} + 5,\overline{23} =$ d. $52,\overline{1} + 24,\overline{1} =$ f. $10,\overline{6} - 0,\overline{76} =$ h. $20,\overline{71} - 4,\overline{076} =$

Sugerencia de tarea

• Pedir a sus alumnos que inventen tres expresiones que den como resultado 0,01; usando como mínimo dos paréntesis y las operaciones de adición y sustracción.

NÚCLEO DE CONTENIDO 3: MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Actividades previas

- Recordar la multiplicación de números naturales cuando los factores tienen dos o más cifras, por ejemplo:

a. 245 x 12 = b. 134 x 25 = c. 567 x 342 = d. 1.287 x 564 =

- Recordar la multiplicación de fracciones. Por ejemplo:

a. $\frac{2}{5} \times \frac{7}{9} =$ b. $\frac{9}{4} \times \frac{5}{8} =$ c. $\frac{1}{10} \times \frac{6}{4} =$ d. $\frac{11}{8} \times \frac{3}{5} =$

- Recordar la división de números naturales cuando el divisor tienen dos o más cifras, por ejemplo:

a. 1.456 : 24 = b. 2.565 : 35 = c. 56.786 : 432 = d. 342.862 : 142 =

- Recordar la división de fracciones. Por ejemplo:

a. $\frac{4}{3} : \frac{8}{2} =$ b. $\frac{8}{3} : \frac{5}{4} =$ c. $\frac{9}{10} : \frac{2}{4} =$ d. $\frac{12}{5} : \frac{3}{6} =$

Actividades complementarias

- Pedir a sus alumnos que resuelvan las siguientes multiplicaciones, utilizando dos métodos distintos; por ejemplo, escribiendo los decimales como fracción o multiplicando los decimales de manera directa.

a. 2,45 x 3,5 b. 46,76 x 8,26 c. 76,087 x 5,03 d. 12.546 x 0,1

- Plantear a sus alumnos las siguientes divisiones. Las resuelven y comprueban sus resultados multiplicando.

a. 32,45 : 0,2 b. 87,56 : 2,6 c. 98,085 : 4,6 d. 10.876 : 0,2

Pregunte si pueden utilizar otro método. ¿Cuál?

Actividades de refuerzo

Si lo desea puede trabajar con sus alumnos la **Ficha 1**, sobre aproximación de números decimales.

NÚCLEO DE CONTENIDO 4: ANÁLISIS Y TRATAMIENTO DE INFORMACIÓN

Actividades previas

- Se sugiere pedir a sus alumnos que lean y analicen la siguiente situación. Luego responden.

En la Región Metropolitana hay aproximadamente 5,7 millones de habitantes en sectores urbanos. Por su parte, la Región de Aysén está constituida aproximadamente por 68,5 mil habitantes en las zonas urbanas.

- ¿Cuál de las dos regiones tiene mayor población urbana?
- ¿A cuántos habitantes representan el número entero 5 en el caso de la RM?
- ¿A cuántos habitantes representan los siete décimos en el caso de la RM?
- ¿A cuántos habitantes representan los 5 décimos en la población de Aysén?

Actividades complementarias

- Pedir a sus alumnos que dada la siguiente tabla, analicen la información, identificando de qué trata cada columna. Pedir que de manera intuitiva, analicen la columna referida a "variación". Preguntar: ¿Qué les dice la palabra? ¿Qué relación tiene con los precios? ¿Por qué hay un signo "menos" delante de algunos números?

PAN, CEREALES Y PRODUCTOS PARA CÓCTEL					
PAN			Mayo 2007	Junio 2007	Variación
	CORRIENTE	KILO	631,40	631,15	-0,04
	ESPECIAL	KILO	779,69	774,17	-0,71
GALLETAS					
	GALLETAS DULCES	PAQUETE	335,64	336,35	0,21
	GALLETAS SALADAS	PAQUETE	429,80	430,20	0,09
PRODUCTOS PARA CÓCTEL					
	PAPAS SALADAS	BOLSA	831,86	828,37	-0,42
	RAMITAS SALADAS	BOLSA	547,02	546,56	-0,08
	MANÍ	BOLSA	446,54	453,19	1,49
	ACEITUNAS	BOLSA	522,41	534,67	2,35

Fuente: INE

- Pedir a sus alumnos que busquen información en la prensa, en libros o en Internet sobre la población en diversas ciudades del país. Analizan y confeccionan una tabla en la cual todos los datos se expresen utilizando una misma unidad (millones o miles). Fundamentan la elección de la unidad. Analizan la utilización de números decimales en este tipo de información, a través de preguntas como: ¿Se puede hablar de 2,5 millones de personas? ¿Y de 2,5 personas?

- Repiten la actividad anterior, pero ahora referida a la producción por Región.

Las actividades anteriores tienen por objetivo, que los alumnos establezcan claramente la utilización de números decimales y se den cuenta bajo que situaciones es conveniente utilizarlos. Por ejemplo, al hablar de la producción de cobre de nuestro país.

NÚMEROS DECIMALES

Los números decimales los encontramos en diversas situaciones, por ejemplo:

- La temperatura mínima fue de **4,6°.**
- El tasa aplicada al crédito fue de un **3,4%.**
- Un atleta corrió **12,5** **km.**
- La nota promedio general del curso fue de **6,4.**

Y nuestra escritura decimal es consecuencia directa de la utilización de fracciones decimales (con denominador 10 o potencia de 10). El creador de estos números fue el científico **Simón Stevin** (1548-1620). Nacido en Brujas, ciudad de Bélgica, quien los publicó en 1585 en su obra **De Thiende**.

Para entender los números decimales, tenemos que recordar el concepto de **fracción**, que es una forma de expresar una división.

Es así como 2 : 3 puede escribirse como:

$$\frac{2}{3}$$

2 → Corresponde al *numerador*; indica que se han considerado 2 partes.

3 → Corresponde al *denominador*; indica que un entero se dividió en 3 partes iguales.

Las fracciones pertenecen al conjunto de los **números racionales**: **Q.** De acuerdo a su numerador, se pueden clasificar en **propias** e **impropias**; y según su denominador, en comunes y decimales.

FRACCIONES DECIMALES Y NÚMEROS DECIMALES

Son aquellas que tienen como denominador a cualquier potencia de 10 y *fracciones comunes*, las que llevan por denominador cualquier otro número natural.

Por ejemplo:

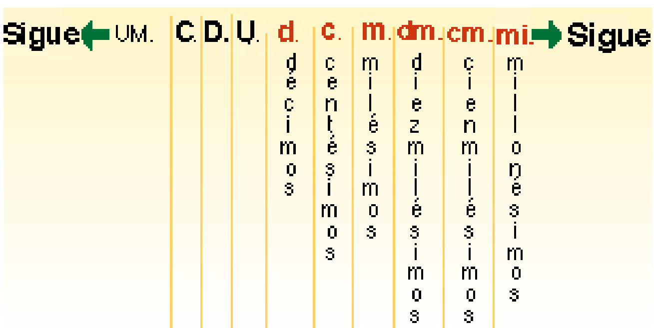
$\frac{7}{10} = 0{,}7$ $\quad \frac{4}{100} = 0{,}04$ $\quad \frac{35}{100} = 0{,}35$ $\quad \frac{1.358}{1.000} = 1{,}358$

Los números decimales nacen como una forma especial de escritura de las **fracciones decimales**, de manera que **la coma separa la parte entera de la parte decimal**.

12, 743   0, 34

Parte entera, parte decimal

La **parte decimal** tiene **columnas de posición**, determinadas por el **denominador** de cada fracción decimal:



- Los **décimos** (denominador 10), ocupan 1 lugar después de la coma.

- Los **centésimos** (denominador 100), ocupan 2 lugares después de la coma.

- Los **milésimos** (denominador 1.000), ocupan 3 lugares después de la coma, y así sucesivamente.

En los números decimales los lugares se relacionan con la **cantidad de ceros** que tiene la potencia de 10 del denominador.

Para leer números decimales nos debemos fijar en la parte entera y luego en la parte decimal. Si no hay enteros, contamos los lugares que ocupa la parte decimal y los relacionamos con la potencia de diez que tenga la misma cantidad de ceros.

Si nos dicen, escribiremos los **enteros**, la **coma** y luego la **parte decimal** que está formada por 5 cifras, pero éstas deben ocupar 6 lugares. Entonces, pondremos un 0 en los décimos.

Número decimal	*Lectura*
8,013519	ocho enteros, trece mil quinientos diecinueve millonésimos

CLASIFICACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

De acuerdo al cociente de la división, los números decimales se pueden clasificar en **finitos** e **infinitos**.

Decimales finitos

Son aquellos cocientes que no dejan residuo, porque el divisor cabe exactamente en el dividendo, es decir, el denominador cabe exacto en el numerador. Por ejemplo: $\frac{23}{4} = 5,75$.

Decimales infinitos

En tal caso encontramos decimal infinitos periódicos y semiperiódicos.

Periódicos

Son números decimales donde, inmediatamente después de la coma, hay una o más cifras que se repiten infinitamente.

Por ejemplo:

$$3,44444\ \ldots = 3,\overline{4}$$

Parte entera Periodo

Semiperiódicos

Son números decimales donde, entre la coma y el período, hay una o más cifras distintas a él.

Por ejemplo:

$$3,4565656\ \ldots = 3,4\overline{56}$$

Parte entera Periodo

COMPARACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Para comparar números decimales, se sugiere completar con igual cantidad de cifras decimales, para luego comparar una a una. Por ejemplo:

35,25 y 35,6 ► 35,25 y 35,60 ► 35,25 < 35,6

OPERATORIA CON NÚMEROS DECIMALES

- Para sumar números decimales se deben ordenar los términos de acuerdo a su valor posicional y luego suma o restar sin olvidarse de poner la coma en el lugar correspondiente.

$$\begin{array}{r} 34{,}67 \\ +\ \ 2{,}30 \\ \hline 36{,}97 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 674{,}69 \\ -\ \ 31{,}32 \\ \hline 643{,}37 \end{array}$$

- La multiplicación entre números decimales se realiza igual que la de números naturales, pero, en el producto se separa con una coma la cantidad de cifras decimales que tienen en total los factores.

$$\begin{array}{r} \underline{15.654{,}34}\ \times 2{,}1 \\ 1565434\phantom{\ \times 2{,}1} \\ \underline{+\ 3630868}\phantom{\ \times 2{,}1} \\ 48974114\phantom{\ \times 2{,}1} \end{array} \qquad ► \qquad 15.654{,}34 \times 2{,}1 = 48.974{,}114$$

- Al dividir números decimales, se pueden distinguir tres casos:

El dividendo es un número decimal y el divisor es un número entero.
Se hace la división como si fueran números enteros, pero al bajar la primera cifra decimal de la parte decimal se pone la coma en el cociente.

► 325,8 : 4 = 81,4
5
18
2

El dividendo es un número entero y el divisor es un número decimal.
Se suprime la coma del divisor y se añaden tantos ceros al dividendo como cifras decimales tenga el divisor.

► 44 : 5,5 = 8
440 : 55 = 8

El dividendo y el divisor son números decimales.
Se suprime la coma del divisor y se desplaza la coma del dividendo tantos lugares a la derecha como cifras decimales tenga el divisor.
Si es necesario se agregan ceros al dividendo.

► 17,28 : 5,4 = 3,2
172,8 : 54 = 3,2

APROXIMACIÓN NÚMEROS DECIMALES

Existen dos tipos de aproximación, uno por redondeo y otro por truncamiento. En ambos casos se debe indicar a la cifra decimal que se quiere aproximar.

Aproximación por redondeo

Si la primera cifra que se quiere eliminar es menor que 5, se suprime. Sin embargo, si la cifra es mayor o igual a 5, se suma 1 a la cifra ubicada a la izquierda de esta.
Por ejemplo:
El número 43,0394 aproximado a:
- los décimos (43,0).
- los centésimos (43,04).
- los milésimos (43,039).

Aproximación por truncamiento

Se suprimen las cifras siguientes.

Por ejemplo:
El número 43,345 aproximado a:
- los décimos (43,3).
- los centésimos (43,34).
- los milésimos (43,345).

EVALUACIÓN DE LA UNIDAD

Preguntas de alternativas

- **Encierra la alternativa que consideres correcta.**

1. ¿Cómo se escribe tres enteros y cuarenta y dos millonésimos?
A. 3,00042
B. 3,000042
C. 3,0000042
D. 3,00000042

2. ¿Cómo se define el número 5,675?
A. Un número decimal finito.
B. Un número decimal periódico.
C. Un número decimal semiperiódico.
D. Un número decimal entero.

3. ¿Cuál es la fracción equivalente a $0{,}12\overline{3}$

A. $\frac{111}{900}$
B. $\frac{123}{900}$
C. $\frac{111}{990}$
D. $\frac{123}{990}$

4. ¿Por cuánto se debe amplificar la fracción $\frac{4}{5}$ **, para que sea una fracción de denominador 10?**

A. $\frac{1}{2}$
B. 0,8
C. 2
D. 10

5. ¿Cuál es le mayor número entre $0,\overline{65}$; $0{,}0\overline{5}$; $0{,}68$; $0,\overline{6}$ **y** $0{,}6$ **?**
A. 0,68
B. $0,\overline{65}$
C. $0,\overline{6}$
D. $0{,}0\overline{6}$

6. La suma de dos números es 1,25 y la diferencia entre ellos es 0,5. ¿Cuáles son los números?
A. 0,75 y 0,5
B. 0,85 y 0,5
C. 0,825 y 0,325
D. 0,875 y 0,375

7. ¿Cuál de las siguientes multiplicaciones tiene un producto mayor?
A. 0,1 x 0,8
B. 0,1 x 1,0
C. 0,2 x 0,2
D. 0,2 x 0,3

8. ¿Cuál es el producto de la multiplicación 0,2 x 0,05?
A. 0,001
B. 0,01
C. 0,1
D. 1

9. De una botella de $\frac{3}{4}$ litro de leche, se ha consumido la mitad. ¿Cuánta leche queda en la botella?

A. 0,125 cc
B. 0,375 cc
C. 0,50 cc
D. 0,625 cc

10. Un tambor contiene 50 litros de aceite. Si se deben envasar en botellas de 0,25 L, ¿cuántas botellas se necesitan?
A. 20 botellas
B. 85 botellas
C. 125 botellas
D. 200 botellas

11. ¿Cuánto se debe sumar a 2,5 para obtener 3,752?
A. 1,252
B. 1,852
C. 2,252
D. 5,252

12. ¿Cuál es el cociente entre 4.800 y 0,005
A. 960
B. 9.600
C. 96.000
D. 960.000

13. ¿Cuál es la aproximación, por redondeo, a la centésima del número 1.256,876?
A. 1.256,876
B. 1.256,875
C. 1.256,88
D. 1.256,87

14. ¿Cuál es la aproximación, por truncamiento, a la milésima del número 23.458,2346?
A. 23.458,2
B. 23.458,23
C. 23.458,234
D. 23.458,2346

15. ¿Cuál de las siguientes divisiones tiene por cociente un número menor a 1?
A. 200 : 0,05
B. 234 : 0,2
C. 123 : 0,4
D. 1,02 : 8

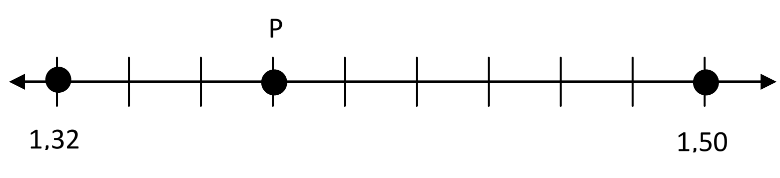
PREGUNTA DE DESARROLLO

- **Lee atentamente. Luego responde.**

1. Se tienen 6 litros de agua. Si se desean llenar botellas de 0,75 litros, ¿cuántas botellas se pueden llenar? ¿Y al considerar botellas de 0,375 litros?

2. El perímetro de un cuadrado es 26.52 cm. Determina:
a. La longitud del lado del cuadrado.
b. El perímetro del triángulo equilátero cuyo lado coincide con el del cuadrado.

3. Observa y luego responde.



- ¿A qué número corresponde el punto P? Explica la estrategia utilizada.

FICHA DE REFUERZO N° 1: APROXIMACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

1. Aproxima cada número decimal, según se indica.

Aproxima al entero		
Número decimal	Por redondeo	Por truncamiento
345,267		
34,098		
0,9897		
5,678		
7,00765		

Aproxima a la centésima		
Número decimal	Por redondeo	Por truncamiento
45,0987		
234,0999		
83,0764		
5,07654		
8,000755		

Aproxima al décima		
Número decimal	Por redondeo	Por truncamiento
67,3442		
27,08989		
6,1256		
5,08756		
0,5645		

Aproxima a la milésima		
Número decimal	Por redondeo	Por truncamiento
234,07654		
67,6754		
547,11452		
2,000654		
9,0991198		

2. Lee y luego responde.

a. Una casa vale 1.440 UF (Unidad de fomento). Si se paga en 20 años se cancela en total 2,45 veces su valor. ¿Cuántas UF se deben pagar en total? ¿Puedes aproximar? Explica.

b. Un automóvil con estanque lleno recorre 632,9 km. Si un litro de combustible rinde 17,6 km, ¿qué capacidad en litros redondeados a la décima, tiene el estanque?

SOLUCIONARIO EVALUACIÓN

Preguntas de alternativas

1. B
2. A
3. A
4. C
5. A
6. D
7. B
8. B
9. B
10. D
11. A
12. D
13. C
14. C
15. D

PREGUNTAS DE DESARROLLO

1. 8 y 16 botellas, respectivamente.

2.
a. La longitud del cuadrado es de 6,63 cm.
b. El perímetro del triángulo es de 19,89 cm.

3. P es igual a 1,38

SOLUCIONARIO FICHA DE REFUERZO

1.

Aproxima al entero		
Número decimal	Por redondeo	Por truncamiento
345,267	345	345
34,098	34	34
0,9897	1	0
5,678	6	5
7,00765	7	7

Aproxima a la centésima		
Número decimal	Por redondeo	Por truncamiento
45,0887	45,09	45,08
234,0799	234,08	234,07
83,0764	83,08	83,07
5,07654	5,08	5,07
8,000755	8,00	8,00

Aproxima al décima		
Número decimal	Por redondeo	Por truncamiento
67,3442	67,3	67,3
27,08989	27,1	27,0
6,1256	6,1	6,1
5,08756	5,1	5,0
0,5645	0,6	0,5

Aproxima a la milésima		
Número decimal	Por redondeo	Por truncamiento
234,07654	234,077	234,076
67,6754	67,675	67,675
547,11452	547,115	547,114
2,000654	2,001	2,000
9,0991198	9,099	9,099

2.
a. Se cancelan 3,528 UF. Sí, pero me deben indicar al valor posicionad y que tipo de aproximación se desea.
b. El estanque tiene una capacidad de 40 L.

Actividades Previas

- Se sugiere iniciar el trabajo de la unidad comentando a los alumnos que la geometría que trabajarán es **Euclidiana**, que proviene de los trabajos de Euclides, quien relacionó los primeros conceptos geométricos: línea, plano y punto. Invitar a los alumnos a investigar acerca de Euclides y de sus aportes a la geometría y a la matemática.

- Para dar cuenta de los conceptos geométricos que los alumnos recuerdan, se sugiere realizar la siguiente actividad didáctica:

  1- Formar a los alumnos en grupos de no más de 5 personas.
  2- Indicar a cada grupo un elemento geométrico particular. Por ejemplo: ángulo.
  3- El grupo, utilizando sólo su cuerpo, debe representar al curso el elemento indicado por el profesor o profesora.

Cada grupo debe realizar, al menos, tres representaciones distintas. Esta actividad es de carácter diagnóstico.

Actividad Complementaria

- Para un trabajo exitoso de la unidad, en la construcción de figuras y cuerpos geométricos, se sugiere pedir a los alumnos que utilizando: regla, escuadra, transportador y compás, manipulen los instrumentos y realicen diversas representaciones geométricas. Por ejemplo: dibujan un trazo y luego, miden su longitud.

NÚCLEO DE CONTENIDO 1: PRISMAS Y PIRÁMIDES

Actividades Previas

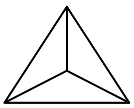
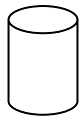
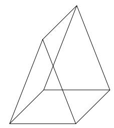
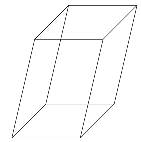
- Preguntar a los alumnos:

  - ¿Qué diferencia un cuerpo de una figura?
  Es importante que los alumnos reconozcan que la diferencia entre un cuerpo y una figura, es que los cuerpos poseen tres dimensiones y volumen, lo que implica que ocupan un lugar en el espacio.

  - ¿Qué diferencia a un cuerpo redondo de un poliedro?
  Es importante que los alumnos recuerden que los cuerpos redondos, son aquellos que pueden rodar y tienen sólo una cara cuerva; mientras que los poliedros son aquellos que poseen muchas caras.

- Observan diferentes objetos que se encuentren en la sala de clase y que se asemejen a cuerpos geométricos. Luego, los clasifican según si corresponden a cuerpos redondos o poliedros.

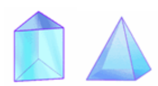
- Para reconocer los elementos principales de un cuerpo geométrico. Los alumnos observan e identifican en los siguientes cuerpos: vértices, lados, caras, aristas y bases.

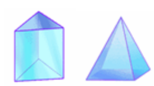
a.  b.  c.  d. 

La actividad anterior puede ser realizada utilizando material concreto (cajas) o modelando los poliedros en plasticina y palos de brochetas (sin puntas).

Actividades Complementarias

- Para identificar si el alumno reconoce la diferencia entre un prisma y una pirámide, pedir que completen las siguientes tablas.

Cuerpos	**Semejanzas**	
		

Cuerpos	**Diferencias**	
		

- Para reconocer si los alumnos están identificando un cuerpo geométrico con su característica, se sugiere dar una pequeña descripción de un cuerpo geométrico específico y pedir a los alumnos que indiquen a qué cuerpo geométrico corresponde. Por ejemplo:

  - El polígono de la base que lo forma es un triángulo y tiene cuatro vértices en total.
  - Tiene sólo una base y la forma un polígono de seis lados.
  - Tiene dos bases y ocho caras laterales.
  - Tiene una base de tres vértices.

  Los alumnos discuten sus respuestas y argumentan si ésta es única

- Pedir a los alumnos que expliquen qué significa que un polígono sea regular y preguntar si los poliedros pueden ser regulares. Argumentan su respuesta.

- Para un uso correcto del lenguaje matemático, pedir a sus alumnos que identifiquen el tipo de prima o pirámide que estén trabajando. Indicar que su nombre es dado por la base que lo forma. Por ejemplo: una pirámide de base un pentágono, se nombra como *pirámide pentagonal*. Para ello los alumnos completan una tabla como la siguiente.

Polígono de la Base	**Nombre del Prisma**	**Nombre de la Pirámide**
Triángulo	Prisma triangular	Pirámide triangular
Cuadrilátero		
Pentágono		
Hexágono		
Heptágono		

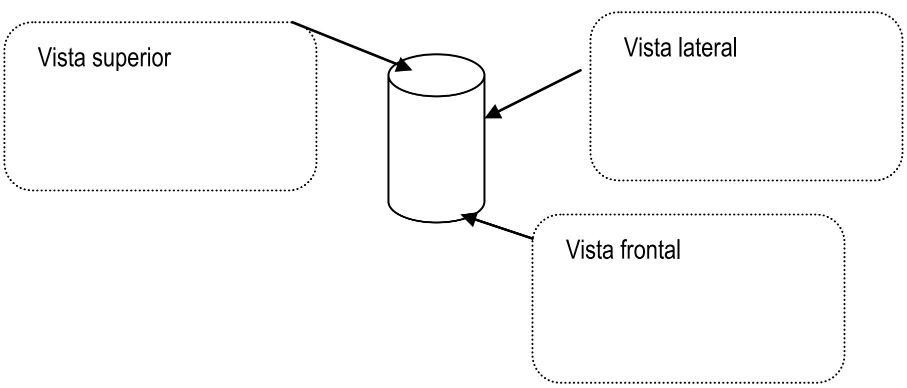
- Para relacionar el nombre de un poliedro con su representación, los alumnos completan una tabla como la siguiente.

Nombre del Poliedro	Característica
Hexaedro	Poliedro de seis caras
Tetraedro	Pirámide cuyas cuatro caras son triangulares
Octaedro	Poliedro de ocho caras
Dodecaedro	Poliedro de doce caras
Icosaedro	Poliedro de veinte caras

NÚCLEO DE CONTENIDO 2: CONSTRUCCIÓN DE CUERPOS A PARTIR DE OTROS MÁS PEQUEÑOS

Actividades Previas

- Para el reconocimiento de vistas de un cuerpo geométrico, pedir a los alumnos que observen un cuerpo en particular (se requiere del material concreto) y dibujen su vista superior, lateral y frontal. Por ejemplo:



Comentar acerca de la diferencia de formas al observar un cuerpo de una posición distinta.

- Para trabajar con material concreto la construcción de cuerpos a partir de otros más pequeños, pedir a los alumnos que de manera individual, forren en papel lustre cajas de cartón de distinto tamaño. Por ejemplo: cajas de fósforos. Cada alumno reúne, al menos, 7 cajas y las llevan a la clase cuando el profesor(a) las solicite.

Actividades Complementarias

- Pedir a los alumnos que en grupo de no más de tres personas, armen distintos sólidos utilizando las cajas de cartón pedidas anteriormente. Determinan cantidad de cajitas utilizadas y realizan de manera individual la representación de una de sus vistas. Luego, comparan sus representaciones.

- Repiten la actividad anterior, pero esta vez, utilizando sólo un tipo de cajita. Arman un sólido y determinan la cantidad de cajas necesarias para armar un prisma.

Actividad de Ampliación

- Si lo desea, puede trabajar con sus alumnos(as) la Ficha 1, sobre volumen, contenida en el CD.

NÚCLEO DE CONTENIDO 3: REDES DE PRISMAS Y PIRÁMIDES

Actividades Previas

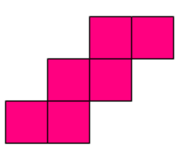
- Mostrar a sus alumnos diversos poliedros. Luego preguntar: ¿Cómo se podría construir? ¿Qué elementos se deben identificar para tal construcción?

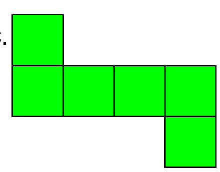
- Para la representación inicial de un red, pedir a sus alumnos que dado un poliedro en particular, deben identificar las partes que lo forman (bases y caras laterales). Por ejemplo: un prisma triangular, está formado por dos triángulos y tres rectángulos.

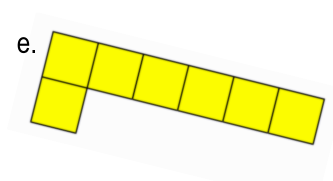
Para aquellos alumnos que tienen dificultad para imaginar los poliedros, se sugiere apoyar el trabajo con material concreto para ayudar el pensamiento abstracto del alumno.

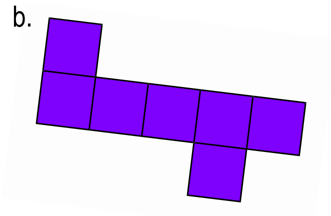
Actividad Complementaria

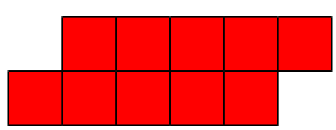
- Para desarrollar el pensamiento abstracto de sus alumnos, se sugiere plantear actividades como las siguientes: ¿Con cuál de las siguientes figuras se puede armar un cubo?

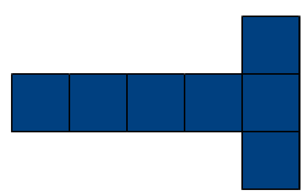
a.


c.


e.


b.


d.


f.


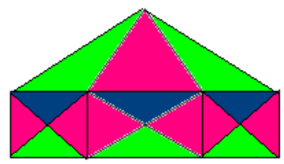
NÚCLEO DE CONTENIDO 4: TRIÁNGULOS

Actividades previas

- Recordar con sus alumnos:

    - Distintos tipos de ángulos (agudo, obtuso, recto, extendido).
    - El uso del transportador.
    - La definición de segmento.
    - La construcción del punto medio de un segmento utilizando regla y compás.
    - La construcción de una perpendicular a un segmento.

- Pedir a sus alumnos que en la siguiente figura identifiquen: tres ángulos rectos, dos ángulos agudos, un ángulo obtuso y un ángulo extendido. Luego, miden utilizando regla, cada uno de los segmentos que forman la figura



Actividades Complementarias

- Para el estudio de los lados de un triángulo, pedir a sus alumnos que observen la tabla e identifiquen con cuál de las medidas es posible construir un triángulo. Argumentan sus respuestas.

a	b	c
8 cm	8 cm	8 cm
2 cm	3 cm	6 cm
12 cm	9 cm	8 cm
10 cm	50 cm	30 cm

Para que un triángulo se pueda construir, dados tres segmentos, es necesario que la medida de cualquiera de ellos sea menor que la suma de las medidas de los otros dos segmentos (Desigualdad triangular).

- Para reforzar la propiedad que indica que la suma de los ángulos interiores se un triángulo cualquiera suman 180º, se sugiere realizar la siguiente actividad.

    - Dibujar utilizando regla, al menos, tres triángulos distintos.
    - Colorear de distinto color los ángulos interiores de cada uno de los triángulos.
    - Recortar los ángulos interiores de cada triángulo y, luego, pegarlos, uno a continuación del otro.
    - Por último, comprobar que la unión (suma) de los ángulos forman un ángulo extendido. Es decir, sumar 180º.

Repiten la actividad, pero ahora, coloreando y recortando los ángulos exteriores.

- Para la clasificación de triángulos, pedir a los alumnos que indiquen características de los siguientes triángulos:

  - isósceles.
  - escaleno.
  - equilátero.
  - obtusángulo isósceles.
  - rectángulo escaleno.
  - acutángulo isósceles.

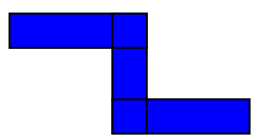
Para cada caso anterior, indica medidas posibles de sus ángulos interiores.

- Resuelven problemas que involucren aplicar el Teorema de Pitágoras para determinar el perímetro total de una figura. Los alumnos resuelven problemas como los siguientes:

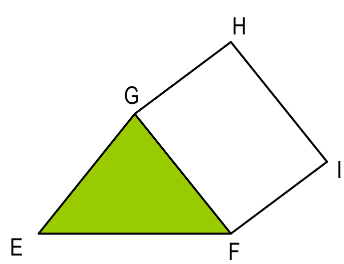
  - Una plaza con forma rectangular, mide 50 m de ancho y 120 m de largo. Si se desea trazar un camino diagonal, ¿cuántos caminos se pueden trazar? ¿Cuánto medirá cada uno de los caminos?
  - ¿Cuánto mide la diagonal de un rectángulo, si uno de sus lados mide 40 cm y su perímetro es de 140 cm?
  - La diagonal de un rectángulo mide 1 m y uno de sus catetos 0,8 m. ¿Cuál es la medida del otro cateto?

- Plantear problemas que involucren cálculos de áreas y áreas compuestas, para determinar longitud de medidas y cálculo de perímetros. Se sugiere plantear a los alumnos problemas como los siguientes:

  - La figura muestra tres rectángulos congruentes de área 27 cm2, cuyo largo es el triple que su ancho. ¿Cuál es el perímetro de la figura?



  - En la figura, el perímetro del triángulo equilátero EFG es 36 cm y sobre uno de sus lados se construye el cuadrado FGHI. ¿Cuál es la medida del área del cuadrado?



NÚCLEO DE CONTENIDO 5: ELEMENTOS SECUNDARIOS DE UN TRIÁNGULO

Actividad Previa

- Para el trabajo de directrices, se sugiere pedir a sus alumnos que construyan en papel lustre triángulos: equiláteros, escalenos e isósceles. Luego, los doblan por sus vértices, marcan con línea punteada el doblez y utilizando transportador miden cada uno de los ángulos que se forman. Obtienen conclusiones respecto a la medida de los ángulos continuos.

Actividades Complementarias

- Para el caso particular del triángulo equilátero. Los alumnos construyen en él, transversal de gravedad, bisectriz, altura y simetral de un vértice o lado, según corresponda. Luego, obtienen conclusiones respecto a la particularidad que en un triángulo equilátero todos sus elementos secundarios coinciden. Repiten la actividad para los otros dos vértices.

- Para afianzar los conceptos y reconocer características de cada triangulo asociada a sus elementos secundarios, los alumnos realizan un cuadro resumen o un mapa conceptual.

- Se sugiere utilizar un software computacional, por ejemplo, regla y compás (de carácter gratuito) para generar sencillas actividades interactivas con su alumnos. El programa le permite, por ejemplo, construir las simetrales de un triángulo y encontrar el punto de intersección (circuncentro). En la siguiente dirección de Internet podrá encontrar la información necesaria para trabajar el software.
http://matematicas.uis.edu.co/ryc/. (No olvide que las páginas o su contenido pueden variar).

Sugerencia de Tarea

- Pedir a sus alumnos que analicen las siguientes afirmaciones:

    - Las transversales de gravedad y las bisectrices nunca coinciden.
    - Las simetrales y las bisectrices no siempre coinciden.

Puede sugerir un software para el análisis.

Geometría (del griego geo, "tierra"; metrein, "medir") alude a "medir la tierra". La necesidad de comparar las áreas y volúmenes de figuras simples, la construcción de canales y edificios, las figuras decorativas, los movimientos de los astros, contribuyeron también al nacimiento de reglas y propiedades geométricas que se encuentran en los documentos de las antiguas civilizaciones egipcia y mesopotámica.

En su forma más elemental, la geometría se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área y diámetro de figuras planas y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos. En la actualidad ya no cabe hablar de geometría en el antiguo sentido de una rama autónoma de la matemática, sino más bien de un "lenguaje geométrico", aplicado a un grupo de propiedades integrantes de una matemática unificada y unificadora.

LOS CUERPOS GEOMÉTRICOS

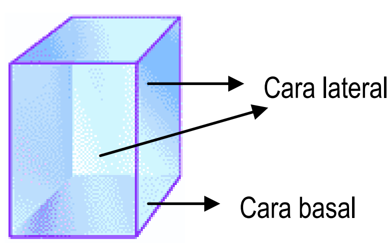
Se denominan cuerpos geométricos a aquellos elementos que ocupan un volumen en el espacio desarrollándose, por lo tanto, en tres dimensiones: alto, ancho y largo; y están compuestos por figuras geométricas.

Se distinguen dos clases de cuerpos geométricos:

- **Los poliedros**, cuerpos geométricos compuestos exclusivamente por figuras geométricas planas; por ejemplo, el cubo.
- **Los cuerpos redondos**, cuerpos geométricos compuestos total o parcialmente por figuras geométricas curvas; como por ejemplo: el cilindro, la esfera o el cono.

Un poliedro es un cuerpo sólido limitado por planos. Los poliedros están constituidos por diferentes elementos que son las caras, las aristas y los vértices.

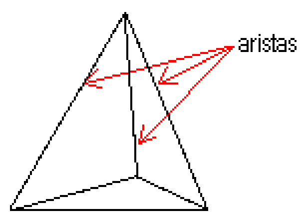
Las caras de un poliedro son superficies planas que se cortan mutuamente, determinando polígonos que lo limitan. Estas caras del poliedro pueden ser basales o laterales y el número de ellas varía de acuerdo al poliedro de que se trate.



Cada poliedro tiene un determinado número de caras entre las cuales hay basales y laterales. Por ejemplo:

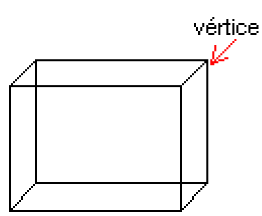
Poliedro	Número de caras	Caras basales	Caras laterales
Cubo	6	2	4
Prisma rectangular	6	2	4
Prisma triangular	5	2	3
Pirámide base triangular	4	1	3
Pirámide base cuadrangular	5	1	4

Las aristas de un poliedro, son la intersección de dos caras de un poliedro.



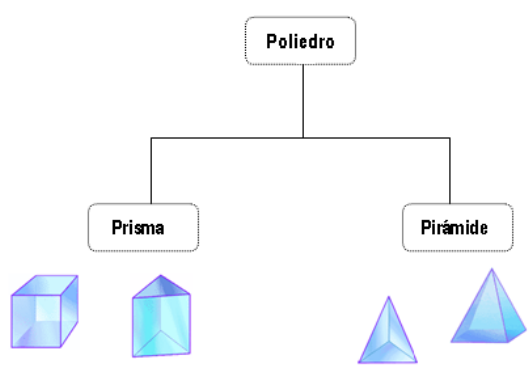
Poliedro	Número de aristas
cubo	12
prisma rectangular	12
prisma triangular	9
pirámide base triangular	6
pirámide base cuadrangular	8

Los vértices de un poliedro corresponden a la intersección de tres o más aristas de un poliedro. El número de vértices varía según cada tipo de poliedro.



Poliedro	Número de vértices
cubo	8
prisma rectangular	8
prisma triangular	6
pirámide base triangular	4
pirámide base cuadrangular	5

Un poliedro puede ser clasificado como Prisma o Pirámide, dependiendo de las caras de la base que lo forman.

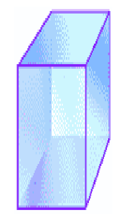


El **prisma** es un poliedro terminado en dos caras planas, paralelas e iguales, que se llaman base, y por tantos paralelogramos como lados tenga cada base. La forma geométrica de las bases define el nombre del prisma.

Prisma recto rectangular:

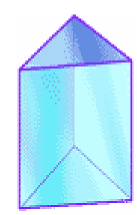
Este cuerpo tiene todas sus caras laterales con la forma de un rectángulo.

Sus caras basales son dos rectángulos congruentes ubicados en planos paralelos.



Prisma recto triangular:

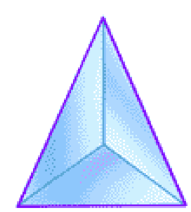
Como su nombre lo indica, en este prisma las caras laterales son rectángulos y sus caras basales son dos triángulos congruentes, ubicados en planos paralelos.



La **pirámide** es un poliedro que tiene por base un polígono cualquiera, siendo sus caras triángulos que se juntan en un solo punto llamado cúspide o vértice. El polígono de la base da el nombre a la pirámide.

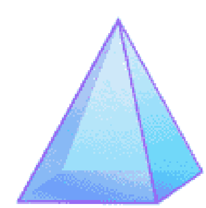
Pirámide base triangular:

La cara basal de esta pirámide es un triángulo y sus caras laterales son triángulos.
Las caras laterales se interceptan en el vértice o cúspide de la pirámide



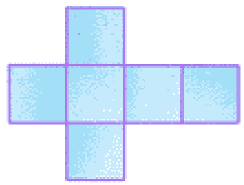
Pirámide base cuadrada:

La cara basal de esta pirámide es un cuadrado y sus caras laterales son triángulos.
Las caras laterales se interceptan en el vértice o cúspide de la pirámide

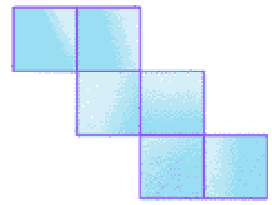


Las denominadas **redes** de un cuerpo geométrico, se obtienen a partir del desarrollo del cuerpo extendiendo sus caras laterales y sus bases sobre el plano. A continuación se muestran algunas.

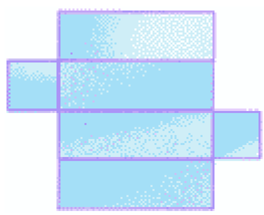
Red del cubo



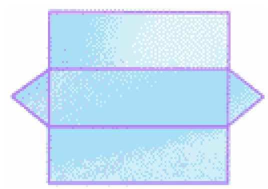
Red del cubo



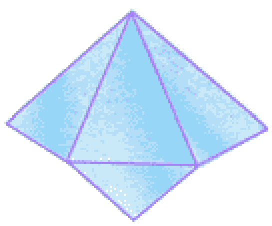
Red del prisma rectangular



Red del prisma triangular

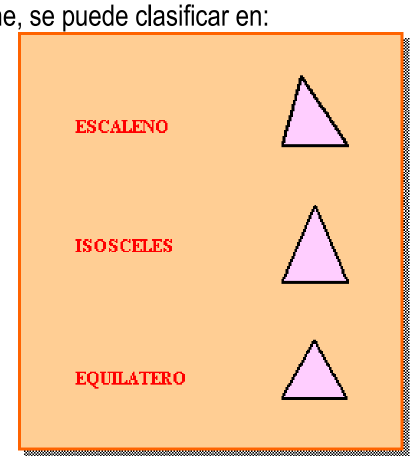


Red de la pirámide de base triangular

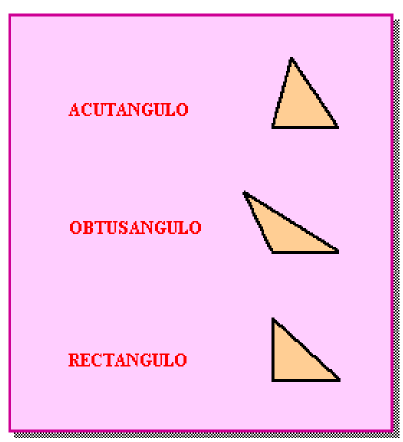


Red de la pirámide de base cuadrada

Un **triángulo** es un polígono que tiene tres lados y tres ángulos. De acuerdo a la longitud de sus lados y al tipo de ángulos que tiene, se puede clasificar en:



Según la medida de sus lados

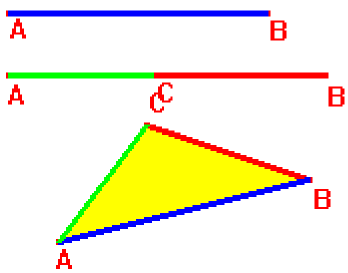


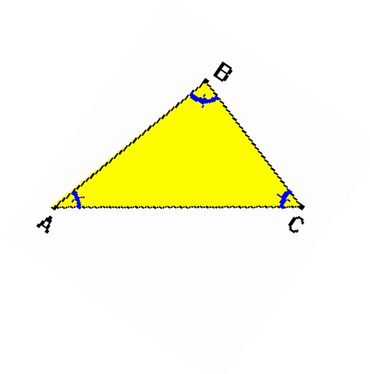
Según la medida de sus ángulos

En un triángulo se verifican las siguientes propiedades:

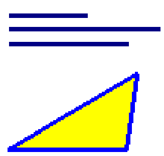
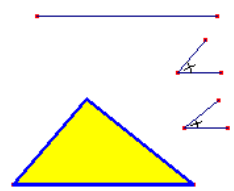
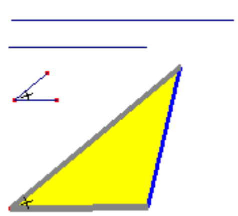
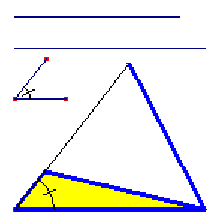
- La suma de los ángulos de un triángulo es 180º.

- La longitud de un lado es menor que la suma de las longitudes de los otros dos.





Para determinar un triángulo es preciso conocer tres de sus elementos y al menos uno ha de ser un lado.

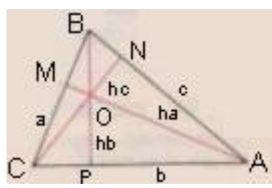
1.-Conocidos los tres lados. 	3.- Conocidos dos ángulos y el lado común. 
2.- Conocidos dos lados y el ángulo comprendido entre ellos. 	4.- Conocidos dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos. 

Un triángulo tiene elementos primarios y elementos secundarios.

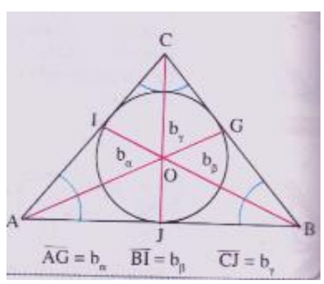
Los **elementos primarios** corresponden a los vértices, lados, ángulos interiores y ángulos exteriores.

Los **elementos secundarios** corresponden a la altura, bisectriz, simetral, transversal de gravedad y mediana.

Las **alturas**, son segmentos perpendiculares (segmentos que forman ángulos de 90º) a un lado o a su prolongación desde el vértice opuesto. La altura se designa con la letra **h** y un subíndice que señala el lado del cual se levanta. Un triángulo tiene tres alturas, una por cada lado (h_a, h_b, h_c).
El punto O donde concurren las tres alturas se llama Ortocentro (O).
El lado y su altura forman un ángulo de 90º.



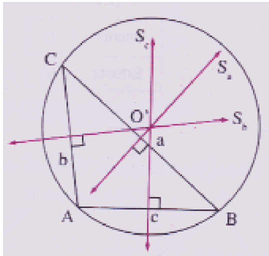
Las **bisectrices** son la recta que dimidia un ángulo; es decir, es la recta que divide un ángulo en su mitad. Un triángulo tiene 3 bisectrices, uno por cada ángulo y se designan normalmente por la letra **b** y un subíndice que señala el respectivo ángulo interior. El punto O donde concurren las tres bisectrices se llama incentro.
El incentro corresponde al **centro de una circunferencia** inscrita en el triángulo.



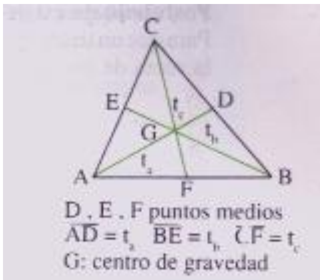
Las **simetrales o mediatrices**, corresponden a rectas perpendiculares a cada uno de los lados del triángulo en su punto medio. Las tres simetrales se cortan en un punto llamado (**O) circuncentro.**

Siempre debe tenerse en cuenta que:

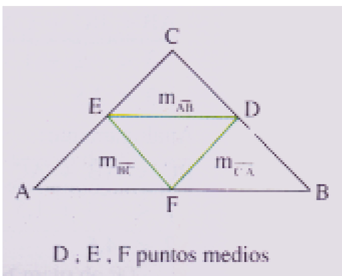
- Si existe una simetral, existe un ángulo recto y un punto medio.
- La simetral no siempre pasa por el vértice opuesto.
- En todo triángulo se puede circunscribir una circunferencia cuyo centro es el circuncentro. La circunferencia pasa por los tres vértices.



Las **transversales de gravedad,** corresponden al segmento trazado desde un vértice hasta el punto medio del lado opuesto. Todo triángulo tiene tres transversales de gravedad, una por cada lado y se designan normalmente con la letra **t** y un subíndice que señala el lado **(t_a, t_b, t_c).** El punto donde se interceptan las tres simetrales se llama baricentro y se representa con la letra **G.**



Las **medianas**, corresponden a los segmentos que unen directamente los puntos medios de dos lados del triángulo, de dos en dos. La mediana se designa con la letra **m** y un subíndice que indica el lado sobre el cual se proyecta.
La mediana tiene una longitud igual a la **mitad del lado paralelo.**
Al trazar las tres medianas de un triángulo, éste queda dividido en **cuatro triángulos congruentes.**



EVALUACIÓN DE LA UNIDAD

Preguntas de alternativas

- **Encierra la alternativa que consideres correcta.**

1. ¿Cuál de las siguientes características corresponde a un prisma?

A. Un prisma tiene dos aristas basales.
B. Un prisma tienen dos aristas laterales.
C. Un prisma tiene dos caras basales.
D. Un prisma tiene dos caras laterales.

2. ¿Cuál de las siguientes características corresponde a una pirámide?

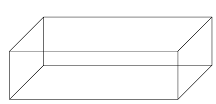
A. Una pirámide tiene un número impar de vértices.
B. Una pirámide tiene un número par de vértices.
C. Una pirámide tiene dos caras basales.
D. Una pirámide tiene una cara basal.

3. ¿Cuál de las siguientes alternativas corresponde solo a cuerpos poliedros?

A. Prisma octogonal, pirámide triangular y cubo.
B. Pirámide triangular, prisma triangular y cono.
C. Prisma de base cuadrada, pirámide triangular y cuadrado.
D. Triángulo, prisma pentagonal y pirámide hexagonal.

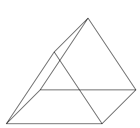
4. ¿Cuántos vértices, aristas y caras tiene el paralelepípedo de la figura, respectivamente?

A. 4, 4 y 5
B. 8, 6 y 6
C. 8, 12 y 6
D.8, 12 y 8

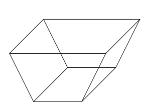


5. ¿Cuál de las figuras representa a un prisma de seis caras?

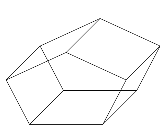
A.



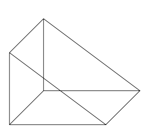
B.



C.

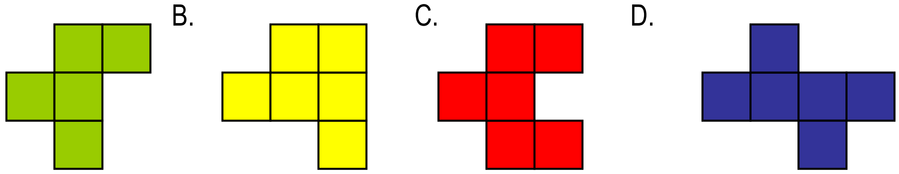


D.

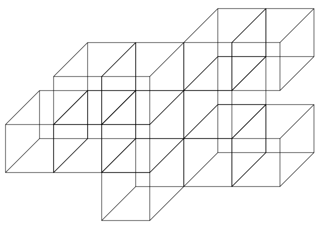


6. **¿Con cuál de las siguientes redes, se puede armar un cubo?**

A. B. C. D.



Observa la figura. Luego, responde las preguntas 7 y 8.



7. **¿Cuántos cubos hay en la figura?**

A. 10 cubos
B. 11 cubos
C. 12 cubos
D. 13 cubos

8. **¿Cuántos cubos son necesarios agregar a la figura, para formar un prisma?**

A. 4 cubos
B. 9 cubos
C. 11 cubos
D. 19 cubos

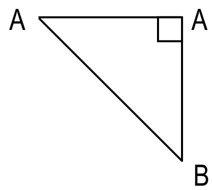
9. **¿Con cuál de los siguientes tríos de medidas de segmentos NO se puede construir un triángulo?**

A. 10 cm, 7 cm y 4 cm.
B. 5 cm, 3 cm y 6 cm.
C. 3 cm, 4 cm y 7 cm.
D. 3 cm, 4cm y 2 cm.

10. **¿Cuál de los siguientes tríos de ángulos NO pueden ser las medidas de los ángulos interiores de un triángulo?**

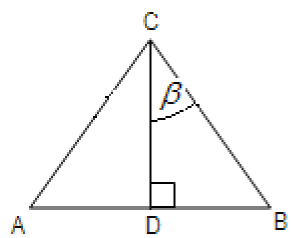
A. 75°, 75° y 30°
B. 72°, 16° y 82°
C. 65°, 85° y 30°
D. 27°, 35° y 118°

11. El triángulo isósceles ABC de la figura es rectángulo en C. ¿Cuál es la medida del ángulo en B?



A. 90°
B. 60°
C. 45°
D. 30°

12. El triángulo de la figura es equilátero. Si CD es altura, ¿cuánto mide al ángulo β ?



A. 90°
B. 60°
C. 45°
D. 30°

13. ¿Cuáles son los elementos secundarios de un triángulo?

A. Bisectrices, simetrales, transversales, segmentos y alturas.
B. Simetrales, alturas, ángulos y transversales de gravedad.
C. Medianas, simetrales, bisectrices y transversales.
D. Transversales, simetrales, alturas, bisectrices y medianas.

14. ¿Cuál de las siguientes alternativas corresponde a la definición de ortocentro?

A. Punto donde se interceptan las transversales de un triángulo.
B. Punto donde se interceptan las alturas de un triángulo.
C. Punto donde se interceptan las medianas de un triángulo.
D. Punto donde se interceptan las bisectrices de un triángulo.

15. ¿Cuál de las siguientes alternativas corresponde a la definición de simetral de un triángulo?

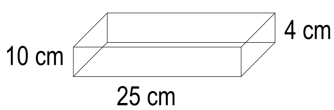
A. Perpendicular del vértice al lado opuesto de un triángulo.
B. Perpendicular trazada al lado opuesto de un triángulo.
C. Perpendicular trazada en el punto medio de un lado.
D. Perpendicular del vértice al punto medio de un lado

FICHA DE AMPLIACIÓN N° 1: SUPERFICIES Y VOLÚMENES

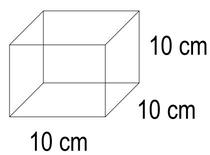
1. Lee y luego resuelve.

- Una empresa de productos lácteos quiere sacar al mercado un nuevo envase para su tradicional caja de leche de un litro. Los siguientes son los modelos del posible nuevo envase.

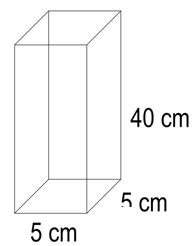
Envase 1



Envase 2



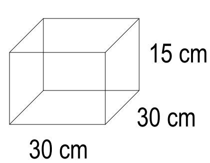
Envase 3



a. ¿Cuál será el envase con **menor** costo de fabricación? ¿Por qué? El segundo, superficie igual a 600 m^3
b. ¿Cuál será el envase con **mayor** costo de fabricación? ¿Por qué? El tercero, superficie igual a 850 m^3
c. ¿Cuál será más útil en términos de refrigeración y almacenamiento? Explica por qué. De carácter abierta

- Un contenedor con forma de paralelepípedo recto tiene las siguientes dimensiones: 8,5 m de largo, 2,5 m de ancho y 350 cm de alto.

a. ¿Cuál es el volumen del contenedor? 74,37 m^3
b. ¿Cuántas cajas como las siguientes puede almacenar el contenedor? 7.437 cajas



Actividad Previa

- Se sugiere iniciar el trabajo de la unidad invitando a los alumnos a reflexionar acerca de la utilización de los números en la historia. Comentar que el sistema de numeración que utilizamos no ha sido el único utilizado por el hombre. Plantear preguntas como las siguientes:

  - ¿En qué situaciones, a través de la historia, el hombre ha debido utilizar los números? Comenta.
  - ¿Cómo imaginas tú que eran representado los números en otras civilizaciones, por ejemplo, los egipcios?

Actividad Complementaria

- Comentar a sus alumnos que la mayor parte de las civilizaciones antiguas tenían su propio sistema de numeración. Destacando el sistema de numeración maya, desarrollado en América Central entre los siglos IV a. C y XVI d. C.

Sugerencias de Tareas

- Se sugiere pedir a sus alumnos que investiguen, desde un contexto histórico, la civilización maya, egipcia, romana y la babilónica; ubicación geográfica y desarrollo económico.

NÚCLEO DE CONTENIDO 1: SISTEMA DE NUMERACIÓN ROMANO

Actividad Previa

- Como el sistema numeración romana es un sistema conocido por los alumnos. Se sugiere colocar la simbología en la pizarra y pedir los alumnos que establezcan las equivalencias correspondientes.

I = 1	V = 5	X = 10	L = 50
C = 100	D = 500	M = 1.000	

Preguntar si recuerdan las propiedades para la escritura de números romanos (repetición de letras y resta o suma dependiendo del lugar que ocupe la letra).

Actividades Complementarias

- Para establecer equivalencias entre los números romanos y números decimales. Pedir a sus los alumnos que respondan en números romanos:
  - ¿Cuántos días tiene una semana?
  - ¿Cuántos días tiene un año?
  - ¿Cuántos segundos tiene un minuto?
  - ¿Cuántos minutos tiene una hora? ¿Y dos?

- Pedir a los alumnos que, utilizando números romanos, completen tablas como las siguientes.

Celebridad	Año en que nació	Año en que falleció
Pablo Neruda, poeta chileno (1904-1973)		
Leonardo da Vinci, pintor italiano (1452-1519)		

Antecesor	Número	Sucesor
	XXVI	
		XXXVII
LVIII		

Antecesor	Número	Sucesor
MCCXII		
		MDXXV
	MDX	

Antecesor	Número	Sucesor
1.345		
		5.678
	839	

Antecesor	Número	Sucesor
6.576		
	456	
		11.348

Sugerencias de Tareas

- Pedir a los alumnos que expliquen la utilización de “rayas” en la parte superior de los números romanos. Por ejemplo: $DX\ \ X$, $CCC\ M$.
- Investigan sobre el sistema *Decussato*, utilizado inicialmente por el sistema de numeración romano.

NÚCLEO DE CONTENIDO 2: SISTEMA DE NUMERACIÓN EGIPCIO Y BABILÓNICO

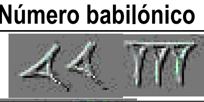
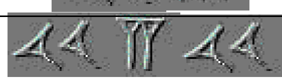
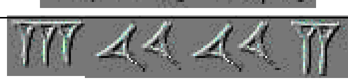
Actividad Previa

- Comentar a sus alumnos que tanto el sistema de numeración egipcio como el babilónico tenían como objetivo fundamental la aplicación de la matemática; los egipcios por ejemplo, la utilizaron para construir pirámides y obeliscos.

Actividades Complementarias

- Establecen equivalencias con el sistema numérico decimal, completando las siguientes tablas.

Número egipcio	Cálculo	Número decimal
		
		
		

Número babilónico	Cálculo	Número decimal
		
		
		

- Completan la tabla, utilizando números egipcios y babilónicos, según corresponda.

En números Egipcios		
Antecesor	**Número**	**Sucesor**
	456	
		687
	675	

En números Babilónicos		
Antecesor	**Número**	**Sucesor**
125		
		378
	876	

NÚCLEO DE CONTENIDO 3: SISTEMA DE NUMERACIÓN MAYA Y MAPUCHE

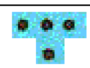
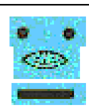
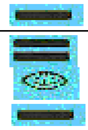
Actividades Previas

- Comentar a sus alumnos que los mayas tenían más de un sistema numérico. Uno simple, para cálculos básicos (base 20), y otro más complejo utilizado en sus cálculos astronómicos. En Internet buscan información sobre esta cultura.

- Para el trabajo de sistema numeración mapuche, preguntar: ¿qué palabras del mapudungun son utilizadas frecuentemente en nuestra cultura?

Actividades Complementarias

- Establecen equivalencias con el sistema numérico decimal, completando la siguiente tabla.

Número Maya	Cálculo	Número Decimal
		
		
		
		

- Los alumnos completan las siguientes tablas.

Antecesor	Número	Sucesor
	234	
		48
179		

Antecesor	Número	Sucesor
epu mari meli		
		aylla mari küla
	meli mari	

NÚCLEO DE CONTENIDO 4: SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

Actividades Previas

- Preguntar a sus alumnos si conocen el sistema de numeración utilizado por las computadoras. Orientar la conversación a la necesidad de trabajar con la menor cantidad de caracteres posibles

- Para ejercitar el algoritmo utilizado por el sistema, los alumnos resuelven divisiones simples de divisor 2. Recuerdan los nombres de una división (cociente, dividendo, divisor y resto).

  a. 25 b. 77 c. 103 d. 221 e. 305

Actividad Complementaria

- Establecen equivalencias con el sistema numérico decimal, completando la siguiente tabla.

Sistema Decimal	Sistema Binario
5	
	11_2
	110_2
23	
50	
	1001_2
	0100101_2

NÚCLEO DE CONTENIDO 5: SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

Actividad Previa

- Trabajan la descomposición aditiva, completando la siguiente tabla. Se guían por el ejemplo.

Sistema Decimal	Descomposición
126	100 + 20 + 6
324	
569	
784	
806	
1.236	

Actividades Complementarias

- Trabajan la descomposición numérica, en los siguientes números. Se guían por el ejemplo.

a. 1.348 = 1 U + 3 C + 4 D + 8 U
b. 2.459 =
c. 14.487 =
d. 21.006 =
e. 124.558 =
f. 453.001 =

- Trabajan equivalencias, respondiendo las siguientes preguntas:

a.¿Cuántas decenas tiene una unidad de mil?
b. ¿Cuántas centenas tiene una unidad de mil?
c. ¿Cuántas unidades de mil tiene una unidad de millón?
d. ¿Cuántas decenas tiene una unidad de millón?
e. ¿Cuántas centenas tiene una unidad de millón?

Actividad de Ampliación

- Si lo desea, puede trabajar con sus alumnos(as) la **Ficha 1**, sobre sistema de numeración binario, contenida en el CD.

Sugerencias de Tareas

- Se sugiere el trabajo de equivalencias con unidades de tiempo. Los alumnos responden las siguientes preguntas, considerando una semana de siete días.

a. ¿Cuántas horas tiene una semana?
b. ¿Cuántos minutos tiene una semana?
c. ¿Cuántos segundos tiene una semana?

Sistemas de Numeración

Un sistema está constituido fundamentalmente, por una serie de elementos que lo conforman; es decir, una serie de reglas que permite establecer operaciones y relaciones entre tales elementos. A través de la historia, el hombre ha evolucionado y con él, su sistema numérico; destacándose dos tipos de sistemas de numeración: los aditivos, los híbridos y los posicionales.

Sistema de numeración aditivo: sólo se emplea la operación adición para componer los números a partir de las cifras.

Sistema de numeración híbrido: se emplean tanto la adición como la multiplicación a la hora de componer los números. La adición sirve para contabilizar qué aporta cada potencia de la base, mientras que en una misma potencia se recurre a la multiplicación.

Sistema de numeración de posición: los sistemas de numeración posicionales emplean unos símbolos, que denominamos cifras y tienen un valor dependiendo del lugar donde se sitúan.

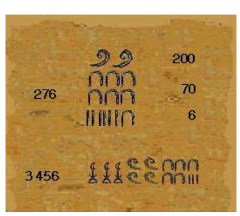
Sistemas de Numeración Aditivo

Los sistemas aditivos son aquellos que acumulan los símbolos de todas las unidades, decenas o potencias que forman su base, hasta completar el número según sean necesarios. Una de sus características principales es que sus símbolos pueden ser colocados en cualquier orden (por convención se utiliza una en particular). Los sistemas de numeración más estudiados son: egipcio y azteca.

El Sistema de Numeración Egipcio

Los egipcios usaron un sistema de escribir los números en base diez, utilizando los símbolos de la figura para representar los distintos órdenes de unidades.

Se usaban tantos de cada tipo cómo fuera necesario y se podían escribir indistintamente de izquierda a derecha, al revés o de arriba abajo, cambiando la orientación de las figuras según el caso. Al ser indiferente el orden, se escribían a veces según criterios estéticos, y solían ir acompañados de los símbolos correspondientes al tipo de objeto (animales, prisioneros, vasijas etc.) cuyo número indicaban. En la figura, están representados los números 276 y 3.456.



Estos símbolos fueron utilizados hasta la incorporación de Egipto al imperio romano. Pero su uso quedó reservado a las inscripciones monumentales, en el uso diario fue sustituido por la escritura *hierática* y *demótica*, formas más simples que permitían mayor rapidez y comodidad a los escribas. En estos sistemas de escritura los grupos de signos adquirieron una forma propia, y así se introdujeron símbolos particulares, por ejemplo, 20, 30, 200, 300, 2.000, etc., lo que disminuye significativamente el número de signos necesarios para escribir una cifra.

El Sistema de Numeración Griego

El primer sistema de numeración griego se desarrolló hacia el 600 a. C. Era un sistema de base decimal que utilizaba la siguiente simbología:

Para representar la unidad y los números hasta el 4 se usaban trazos verticales. Para el 5, 10 y 100 las letras correspondientes a la inicial de la palabra cinco (pente), diez (deka) y mil (khiloi). Por este motivo se llama a este sistema *acrofónico*.

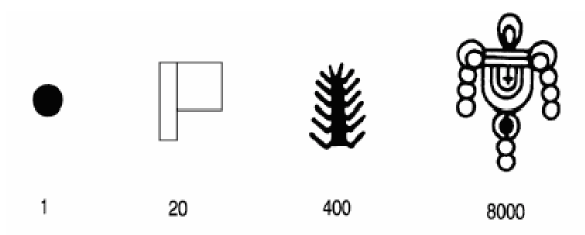
La figura muestra la representación del número 3.737

Los símbolos de 50, 500 y 5.000 se obtienen añadiendo el signo de 10, 100 y 1.000 al de 5, usando un principio multiplicativo. Progresivamente, este sistema fue reemplazado por el *jónico*, que empleaba las 24 letras del alfabeto griego junto con algunos otros símbolos según la siguiente tabla.

1	α	10	ι	100	ρ
2	β	20	κ	200	σ
3	γ	30	λ	300	τ
4	δ	40	μ	400	υ
5	ε	50	ν	500	φ
6	ϛ	60	ξ	600	χ
7	ζ	70	ο	700	ψ
8	η	80	π	800	ω
9	θ	90	ϟ	900	ϡ

Sistema de Numeración Azteca

Los aztecas, civilización que se desarrolló en México, entre los siglos XIV y XVI, crearon un sistema de cifras que conocemos a partir de manuscritos que los especialistas llaman Codex. En ellos los escribas expresaban por escrito los resultados de sus inventarios y el recuento de los tributos recogidos por el imperio, reproduciendo cada cifra tantas veces como fuera necesario junto a los pictogramas asociados. Esta numeración se basa en el principio aditivo, según el cual el valor de una representación se obtiene sumando los valores de las cifras.



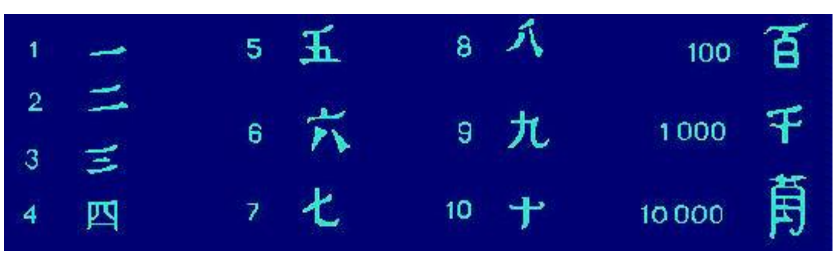
Los aztecas empleaban los números de una manera muy intuitiva: si se quería indicar 100 = 5 × 20 hombres, lo que hacían era representar cinco banderas encima de un hombre.

<u>Sistemas de Numeración Híbridos</u>

Estos sistemas combinan el principio aditivo con el multiplicativo. Si para representar 500 los sistemas aditivos recurren a cinco representaciones de 100, los híbridos utilizan la combinación del 5 y el 100. Pero siguen acumulando estas combinaciones de signos para los números más complejos. Por lo tanto, sigue siendo innecesario un símbolo para el 0. Por ejemplo, para representar el número 703 se usa la combinación del 7 y el 100 seguida del 3.
El orden en la escritura de las cifras es ahora fundamental para evitar confusiones, se dan así los pasos para llegar al sistema posicional. Además del chino, se destacan en este sistema el asirio, arameo, etíope, entre otros.

Sistema de Numeración Chino

Es un sistema decimal estricto que usa las unidades y los distintas potencias de 10.



El número 5.789 escrito en este sistema, está representado en la siguiente figura.

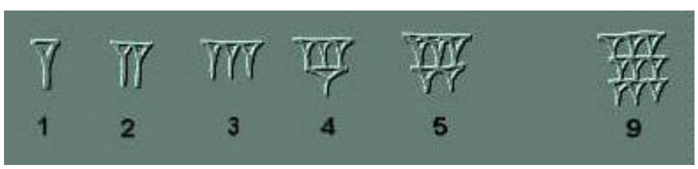
Tradicionalmente su escritura era de arriba abajo, aunque también se hace de izquierda a derecha como lo muestra la figura.

<u>Sistemas de Numeración Posicionales</u>

Mucho más efectivos que los sistemas anteriores son los posicionales. En ellos la posición de una cifra nos dice si son decenas, centenas o la potencia de la base correspondiente. Destacando en este sistema los babilónicos, mayas y romanos, entre otros.

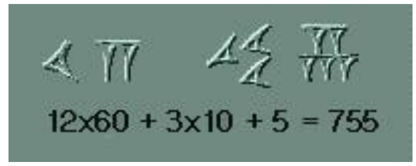
El Sistema de Numeración Babilónico

Los babilonios empleaban un sistema sexagesimal posicional. Los números babilónicos se escribían en *cuneiforme*, usando una aguja de lámina inclinada para acuñar marcas en tablas de arcilla suave que luego, se exponían al sol para endurecerlas y que quedasen permanentemente. La simbología utilizada era:

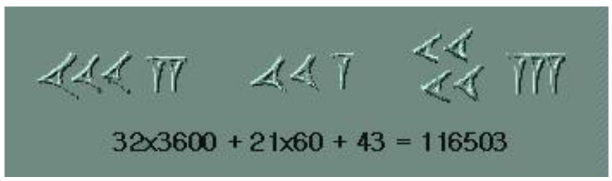


De éste se usaban los que fuera necesario, completando con las unidades hasta llegar a 60.

A partir de ahí, se usaba un sistema posicional en el que los grupos de signos iban representando sucesivamente el número de unidades;, por ejemplo: 60, 60x60, 60x60x60, etc.

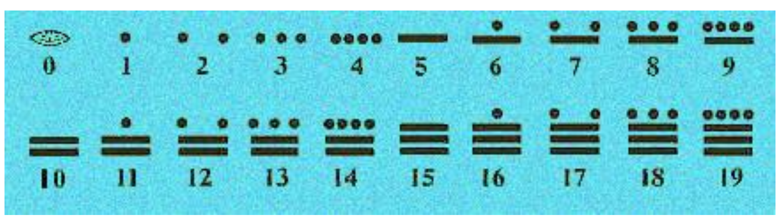


La imagen muestra el número 116.605, escrito en sistema de numeración babilónico.



El Sistema de Numeración Maya

Los mayas idearon un sistema de base 20 con el 5 como base auxiliar. La unidad se representaba por un punto. Dos, tres y cuatro puntos servían para 2, 3 y 4. El 5 era una raya horizontal, a la que se añadían los puntos necesarios para representar 6, 7, 8 y 9. Para el 10 se usaban dos rayas, y de la misma forma se continúa hasta el 20, con cuatro rayas. Es por tanto un sistema posicional que se escribe de arriba hacia abajo, empezando por el orden de magnitud mayor.



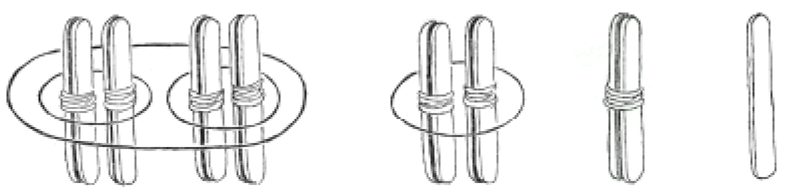
Al tener cada cifra un valor relativo, según el lugar que ocupa, la presencia de un signo para el cero, con el que indicar la ausencia de unidades de algún orden, como los babilonios lo usaron simplemente para indicar la ausencia de otro número.

La imagen muestra algunos ejemplos en este sistema.

Sistema de Numeración Binario

El sistema de numeración binario o de base dos es un sistema posicional que utiliza sólo dos símbolos para representar un número. Los agrupamientos se realizan de 2 en 2: dos unidades de un orden forman la unidad de orden superior siguiente.

2 agrupaciones de la anterior	2 agrupaciones de la anterior	2 agrupaciones de la anterior	2 agrupaciones de 2	1 agrupación de 2	unidades



La computadora utiliza el sistema numérico binario para realizar sus operaciones (1 encendido, 2 apagado, 0 apagado). Cuando la corriente eléctrica pasa a través de la computadora, ésta lee un 1 cuando percibe la corriente eléctrica y un 0 cuando no hay corriente eléctrica. El sistema binario permite que la computadora represente número y lleve a cabo operaciones aritméticas, así como las personas utilizan el sistema decimal. Un ejemplo de este sistema se presenta en la siguiente tabla:

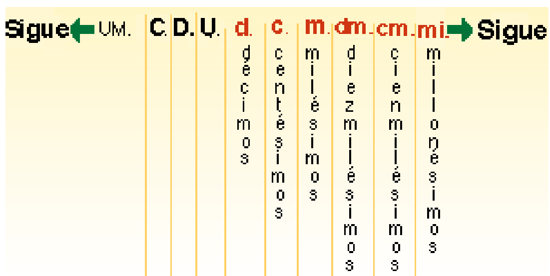
Decimal	Binario
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111

Sistema Decimal

El sistema numérico que utilizamos para representar los números utiliza diez símbolos llamados cifras.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Para representar números mayores que nueve, utilizamos grupos formados por varias cifras ordenadas. La posición de cada cifra, a medida que nos trasladamos de derecha a izquierda, nos indicará las unidades, decenas, centenas, etc.



En el sistema decimal, los números se forman por combinación de 10 signos distintos; 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Cada uno de estos signos tiene un valor, y el valor del número que forman se halla multiplicando el valor de cada uno de ellos por 10 elevado a la potencia correspondiente a su situación en el número, siendo 0 el de más a la derecha, 1 el siguiente y así, sucesivamente.

De esta forma, el número 5.348 sería igual a:

$$5.348 = 8 \bullet 10^0 + 4 \bullet 10^1 + 3 \bullet 10^2 + 5 \bullet 10^3 = 8 \bullet 1 + 4 \bullet 10 + 3 \bullet 100 + 5 \bullet 1.000$$

SISTEMAS DE NUMERACIÓN NO POSICIONAL

Sistema de Numeración Romano

Este sistema de numeración emplea letras mayúsculas a las que se ha asignado un valor numérico. Los romanos desconocían el cero, introducido posteriormente por los árabes, de forma que no existe ninguna forma de representación de este valor. Dado que presenta muchas dificultades de lectura y escritura, actualmente no se usa, excepto en algunos casos particulares, como números de capítulos, actos y escenas de una obra, en los nombres de Papas, Reyes y Emperadores, designación de olimpiadas, certámenes, etc.

Romano	Decimal
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Las reglas para escribir los números son:

1- Un símbolo no se puede repetir más de tres veces seguidas.
2- Si un símbolo de valor inferior, antecede a otro de valor superior, el primer símbolo resta su valor, al valor del símbolo de la derecha.
3- Una raya encima de un símbolo, multiplica por mil el valor del símbolo. Dos rayas encima de un símbolo multiplica por un millón el valor del símbolo.

EVALUACIÓN DE LA UNIDAD

Preguntas de alternativas

- **Encierra la alternativa que consideres correcta.**

1. ¿A qué número de nuestro sistema de numeración decimal corresponde el número CXXV?
A. 57
B. 75
C. 125
D. 415

2. ¿Qué alternativa presenta los números ordenados de <u>mayor a menor</u>?
A. MCX, XXVI, CCCVIII, IX, DX
B. MCX, XXVI, CCCVIII, DX, IX
C. MCX, CCCVIII, IX, XXVI, DX
D. MCX, CCCVIII, DX, XXVI, IX,

3. ¿A qué número de nuestro sistema de numeración decimal corresponde el número *kula mari meli*?
A. 34
B. 304
C. 3.004
D. 3.400

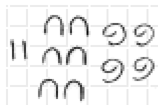
4. ¿A qué número de nuestro sistema de numeración decimal corresponde el número 10001_2?
A. 7
B. 17
C. 27
D. 107

5. ¿A qué número del sistema de numeración binario corresponde el número decimal 12?
A. 1110_2
B. 1101_2
C. 1100_2
D. 11001_2

6. ¿Cuántas decenas hay en dos centenas?
A. 2
B. 10
C. 20
D. 200

7. ¿A qué es igual la descomposición decimal del número 56.428?
A. 50.000 + 6.000 + 400 + 20 + 8
B. 50.000 + 6.000 + 400 + 28
C. 5 x 10.000 + 6 x 1.000 + 4 x 100 + 2 x 10 + 8
D. 5 x 10.000 + 6 x 1.000 + 4 x 100 + 2 x 10 + 8 x 1

8. ¿A qué número de nuestro sistema de numeración decimal corresponde el siguiente número?



A. 246
B. 264
C. 426
D. 462

9. ¿Cuál es la base utilizada por el sistema de numeración maya?
A. 1
B. 2
C.10
D. 20

10. ¿Cuál es la base utilizada por el sistema de numeración decimal?
A. 1
B. 2
C.10
D. 20

11. ¿Cuál es la base utilizada por el sistema de numeración binario?
A. 1
B. 2
C.10
D. 20

12. ¿Cuál de los siguientes sistemas utiliza agrupaciones de 10 en 10?
A. Egipcio y decimal.
B. Maya y mapuche.
C. Egipcio y maya.
D. Decimal y maya.

13. ¿Cuál de los siguientes sistemas utiliza agrupaciones de 60 en 60?
A. Egipcio
B. Maya
C. Babilonio
D. Mapuche

14. ¿A qué número de nuestro sistema de numeración decimal corresponde el siguiente número?

A. 63
B. 83
C. 103
D. 123

15. ¿En cuál de los sistemas se representa el número 755?

A. 

B. 

C. DCCV
D. regle mari kechu

PREGUNTA ABIERTA

1. La tabla muestra las fechas de nacimiento y muerte de algunos destacados matemáticos. Complétala representando los datos en el sistema de numeración que se indica.

	Sistema de Numeración Maya		**Sistema de Numeración Binario**		**Sistema de Numeración Babilonio**	
Matemático	Año en que Nació	Año en que Murió	Año en que Nació	Año en que Murió	Año en que Nació	Año en que Murió
Arquímedes  (287 a. C – 212 a. C)						
Pitágoras  (alrededor del 580 a. C – alrededor del 500 a. C)						
Descartes  (1596 d. C – 1650 d. C)						
Euclídes  (365 a. C – 300 a. C)						

- ¿Cuál de los matemáticos vivió más cantidad de años?
- Ordena cronológicamente a los matemáticos, en una línea de tiempo, según las fechas entregadas.

FICHA DE AMPLIACIÓN N° 1: SISTEMAS DE NUMERACIÓN

1. Observa y determina a qué número de nuestro sistema decimal, corresponde cada símbolo.

1 3 4 6	♪ 0 ∆ ⊥	♪ ♣ ® @
+ 2 8 7	+ 9 8 ⊥	+ @ ♠ ©
@ © ® ®	® ♠ ☼ ☼	® ♠ ® ⊥
@ = ___1____	☼ = ___4____	♪ = ___2____
© = ___6____	♠ = ___0____	∆ = ___5____
® = ___3____	⊥ = ____7___	♣ = ___9____

2. Establece un conjunto de símbolos para representar cantidades. Dibújalo y establece las equivalencias con el sistema decimal.

a. Crea las reglas necesarias para combinar los símbolos y representar cantidades. Luego, practica la escritura de números con los símbolos y las reglas creadas.

____

____

____

____

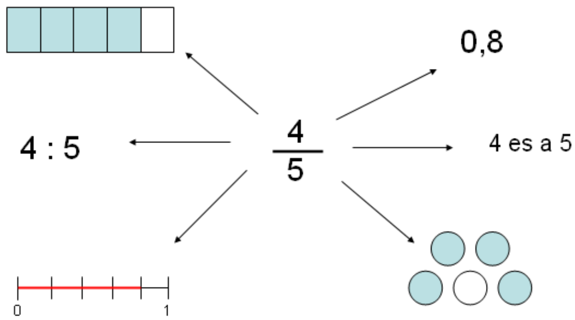
____

____

b. Inventa mensajes con información numérica e intercambia con un compañero o compañera, incluyendo el significado de los signos y las reglas, de modo que pueda descifrar ¿Incompleto?

Actividad Previa

- Se sugiere iniciar el trabajo de la unidad comentando a los alumnos el campo conceptual de la fracción. Explican la diferencia entre numerador y denominador.



En él establecen la razón como una comparación por cociente. Comentar que dos números se pueden comparar, además, por diferencia. Explicar claramente a los alumnos que si bien es cierto la fracción y la razón tienen la misma representación, los términos de una fracción son números enteros, y es una relación de una parte con el todo.

Actividades Complementarias

- Para ejercitar la búsqueda de la constante de proporcionalidad de una razón, los alumnos completan la siguiente tabla.

Simplifica por 2	
Fracción Inicial	**Fracción Final**
$\frac{4}{6}$	
$\frac{10}{12}$	
$\frac{24}{8}$	
$\frac{18}{6}$	

Amplifica por 5	
Fracción Inicial	**Fracción Final**
$\frac{2}{3}$	
$\frac{4}{5}$	
$\frac{1}{9}$	
$\frac{5}{1}$	

- Para ejercitar el cálculo en el valor de una razón, los alumnos calculan las siguientes divisiones.

a. $\frac{18}{6}$ d. $\frac{18}{6}$ f. 450 : 5 h. 45.009 : 3

b. $\frac{18}{6}$ e. $\frac{18}{6}$ g. 1.268 : 4 i. 10.080 : 12

NÚCLEO DE CONTENIDO 1: RAZONES

Actividad Previa

- Para un trabajo de carácter exploratorio, se sugiere pedir a los alumnos que hagan diversas comparaciones entre cantidades (guiar la comparación por división); por ejemplo, trabajo con equivalencias de monedas (10 monedas de $ 10 y 2 monedas de $ 50).

Actividades Complementarias

- Para identificar si el alumno reconoce la diferencia entre una fracción y una razón, plantear las siguientes situaciones, en ellas reconocen si existe una relación (razón).

  a. Cantidad de años y estatura de una persona.
  b. Cantidad de mujeres y hombres en el curso.
  c. Cantidad de años de una persona y largo de su cabello.
  d. Estatura de una persona y su peso.
  e. Cantidad de horas de estudio y cantidad de horas de sueño.

Los alumnos fundamentan cuándo la situación planteada no corresponde a una razón.

- Para el trabajo de valor de la razón y cálculo de la constante, los alumnos completan una tabla como la siguiente

Razón	Valor de la Razón	Constante
2 : 3		
4 : 5		
2 : 7		

- Para el trabajo de razones y geometría, se sugiere plantear problemas que involucren la necesidad de recordar las propiedades de algunas figuras geométricas; por ejemplo, la suma de los ángulos interiores de un triángulo.

a. Las medidas de los ángulos interiores de un triángulo están en la razón 2 : 3 : 4. ¿Cuál es la medida de cada uno de los ángulos interiores?
b. Las medidas de los ángulos exteriores de un triángulo están en la razón 3 : 4 : 5. ¿Cuál es la medida de cada uno de los ángulos exteriores?
c. Las medidas de los ángulos interiores de un cuadrilátero están en la razón 2 : 3 : 4 : 5. ¿Cuál es la medida de cada uno de los ángulos interiores?

Sugerencia de Tarea

- Los alumnos investigan en qué situaciones de la vida diaria se utilizan razones. Por ejemplo, para recetas de cocinas.

NÚCLEO DE CONTENIDO 2: VARIACIONES PROPORCIONALES

Actividad Previa

- Para el trabajo de variaciones proporcionales, se sugiere realizar la siguiente actividad. Para realizarla se recomienda el uso de material concreto (geoplano, cartulina o un software matemático).

  a. Utilizando el material, representan una figura geométrica y hacen variar la medida de sus lados. Primero de manera proporcional, y luego no proporcional.
  b. Observan los dibujos realizados, y establecen semejanzas y diferencias entre los grupos representados (proporcionales y no proporcionales).

Actividad Complementaria

- Para establecer semejanzas y diferencias entre magnitudes proporcionales y no proporcionales. Los alumnos completan las siguientes tablas.

Triángulos de Lados Proporcionales			
Medida lado a	Medida lado b	Medida lado c	Perímetro del Triángulo
2 cm	3 cm	4 cm	
3 cm	4 cm	5 cm	
			15 cm
			27 cm
			45 cm

Triángulo de Lados no Proporcionales			
Medida lado a	Medida lado b	Medida lado c	Perímetro del Triángulo
3 cm	5 cm	7 cm	
2 cm	4 cm	6 cm	
3 cm	6 cm	9 cm	
			15 cm
			28 cm

¿Qué ocurre con los perímetros de los triángulos proporcionales? ¿Qué ocurre con los perímetros de los triángulos no proporcionales?

NÚCLEO DE CONTENIDO 3: PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Actividad Previa

- Plantear en el pizarrón situaciones cotidianas de magnitudes que aumentan o disminuyen, a la vez. Luego preguntar:

  - ¿Qué variables están presentes en cada situación?
  - ¿Qué ocurre con las magnitudes si una aumenta?
  - ¿Qué ocurre con las magnitudes si una disminuye?

Actividades Complementarias

- Los alumnos determinar si las siguientes igualdades forman una proporción.

a. $\frac{18}{6} = \frac{3}{4}$ c. $\frac{0,25}{1} = \frac{2}{8}$ e. $\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ g. $\frac{1,6}{8} = \frac{0,06}{3}$

b. $\frac{9}{2} = \frac{2}{9}$ d. $\frac{6}{4} = \frac{9}{6}$ f. $\frac{20}{4} = \frac{25}{5}$ h. $\frac{1,6}{1,2} = \frac{1,2}{0,9}$

- Los alumnos determinar el valor de la incógnita para que las siguientes igualdades formen una proporción.

a. $\frac{12}{2} = \frac{x}{6}$ b. $\frac{30}{40} = \frac{x}{55}$ c. $\frac{14}{3} = \frac{42}{x}$ d. $\frac{7}{5} = \frac{2,5}{x}$

- Para ejercitar el trabajo de problemas que involucren el cálculo de proporcionalidad directa, se sugiere que los alumnos utilizan la siguiente estructura para resolver los problemas.

Variable 1: ___________ Variable 2: _____________

☐ ———— ☐

☐ ———— ☐

Luego, resuelven el problema aplicando el Teorema fundamental, para despejar la incógnita buscada.

Orientar a los alumnos a la pregunta que deben realizar para determinar el tipo de proporcionalidad. Por ejemplo, si la proporcionalidad es: “Cantidad de kilómetros recorridos y combustible utilizado”, la pregunta debería ser: *¿A más kilómetros gastaré más o menos combustible?*

NÚCLEO DE CONTENIDO 4: PROPORCIONALIDAD INVERSA

Actividad Previa

- Plantear en el pizarrón situaciones de magnitudes que al aumentar una la otra disminuye y viceversa. Luego preguntar:

  - ¿Qué variables están presentes en cada situación?
  - ¿Qué ocurre con las magnitudes si una aumenta?
  - ¿Qué ocurre con las magnitudes si una disminuye?

Actividad Complementaria

- Para reforzar el trabajo de la gráfica de la hipérbola correspondiente a una situación de variación inversamente proporcional, pedir a los alumnos que grafiquen la siguiente situación e indiquen la estrategia utilizada para tabular la información.

Se tienen dos magnitudes A y B. inversamente proporcionales. Si A vale 4 cuando B vale 6, ¿cuánto vale B si A vale 12?

Actividad de Ampliación

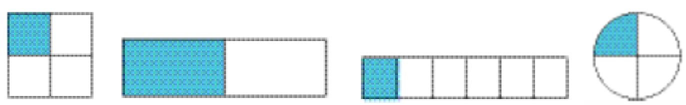
- Si lo desea, puede trabajar con sus alumnos(as) la Ficha 1, sobre proporcionalidad compuesta, contenida en el CD.

NÚCLEO DE CONTENIDO 5: PORCENTAJE

Actividades Previas

- Para el trabajo de amplificación y simplificación de fracciones y su relación con porcentajes (fracciones de denominador 100), se sugiere plantear a los alumnos actividades como las siguientes:

1. Determina la fracción representada en cada caso.



2. Amplifica y/o simplifica cada una de las siguientes fracciones para obtener una fracción con denominador 100, y luego escribe el porcentaje correspondiente.

a. $\frac{4}{25}$ ► $\frac{\square}{\square}$ ► ______%

b. $\frac{250}{350}$ ► $\frac{\square}{\square}$ ► ______%

c. $\frac{21}{45}$ ► $\frac{\square}{\square}$ ► ______%

d. $\frac{256}{120}$ ► $\frac{\square}{\square}$ ► ______%

e. $\frac{30}{75}$ ► $\frac{\square}{\square}$ ► ______%

f. $\frac{58}{40}$ ► $\frac{\square}{\square}$ ► ______%

Actividades complementarias

- Para reconocer un porcentaje y su relación con otras notaciones, se sugiere pedir a los alumnos que completen una tabla como la siguiente.

Porcentaje	Interpretación	Fracción Decimal	Fracción Irreductible	Número Decimal
15 %				
	25 de cada 100			
		$\frac{3}{25}$		
				0,025

- Para el trabajo de aplicación de porcentaje, los alumnos resuelven actividades como las siguientes.

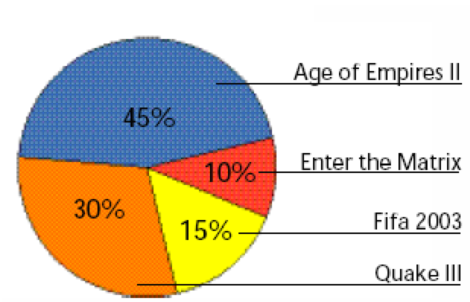
1. Una tienda ofrece los siguientes descuentos.

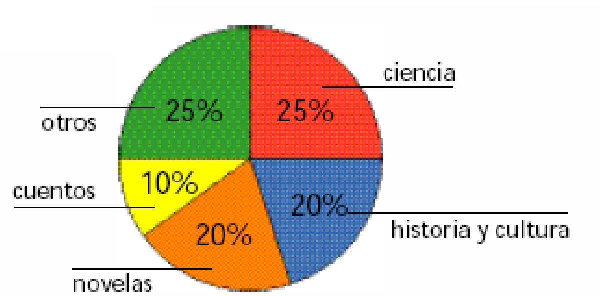
Una camiseta: 20% de descuento. Precio original $5.300
Un pantalon: 25% de descuento. Precio final $4.500
Calcetines: 50% de descuento. Precio original $2.320
Bufandas: 10% de descuento. Precio final $2.250
Bolso: 5% de descuento. Precio original $8.640
Zapatos : 10% de descuento. Precio original $11.500
Cinturones: 4% de descuento. Precio final $4.600

a. Elabora un atabla que indique el precio original de cada producto, el descuento realizado (en pesos), y el final (con descuento).

- Para el trabajo específico de gráficos circulares, se sugiere plantear las siguientes actividades.

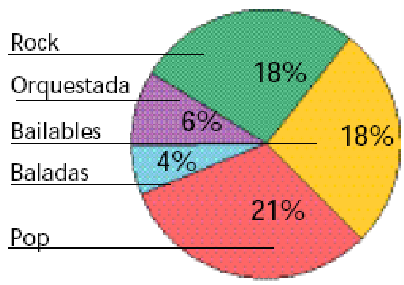
1. Observa los siguientes gráficos.





a. ¿Qué información entregan?
b. ¿Cuál podría ser la pregunta realizada en las encuestas?
c. ¿Qué opción tiene mayor preferencia? ¿Qué opción tiene menor preferencia?
d. ¿Cuál hubieses escogido tú? Comenta.

2. El siguiente gráfico es **incorrecto**. Explica por qué.



a. Corrige el gráfico, nómbralo y plantea la posible pregunta que resume.

Una **razón** entre dos o más cantidades corresponde a una comparación por cociente. El cociente recibe el nombre de **constante**.

Toda razón puede escribirse de 2 maneras:

$$a : b \quad o \quad \frac{a}{b}, \text{ Se lee "} a \text{ es } a\ b \text{"} \quad \forall\ a, b \in \Re$$

En toda razón se distinguen los siguientes elementos:

Antecedente

$$a : b$$

Consecuente

Una **proporción** corresponde a una igualdad entre dos o más razones.

$$a : b = c : d \quad o \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \qquad \forall\ a, b \in \Re$$

$$\text{Se lee "} a \text{ es } a\ b \text{ como } c \text{ es } a\ d \text{"}$$

En toda proporción se distinguen los siguientes elementos:

Medios

$$a : b = c : d$$

Extremos

Teorema Fundamental de las Proporciones

"Dos razones forman una proporción si y sólo si el producto de sus términos extremos es igual al producto de sus términos medios".

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

Con ***b*** y ***d*** distintos de cero

Propiedades de las Proporciones

- Alternando los términos externos.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{d}{b}=\frac{c}{a}$$

- Alternando los términos medios.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c}=\frac{b}{d}$$

- Invirtiendo las razones.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}$$

- Permutando la proporción.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{c}{d}=\frac{a}{b}$$

- Componer respecto al antecedente.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{a}=\frac{c+d}{c}$$

- Componer respecto al consecuente.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$$

- Descomponer respecto al antecedente.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{a}=\frac{c-d}{c}$$

- Descomponer respecto al consecuente.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$$

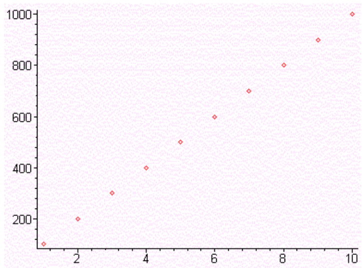
- Componer y descomponer a la vez.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$$

Proporcionalidad Directa

Dos magnitudes se dicen que son **directamente proporcionales**, si el cociente entre ellas se mantiene constante.

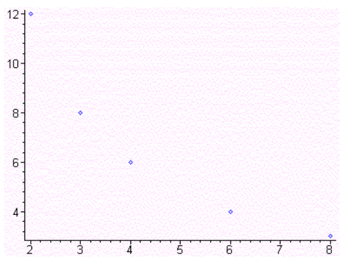
En una **proporcionalidad directa**, si una variable crece (o disminuye), la otra también debe crecer (o disminuye). Si dos razones son directamente proporcionales, el Teorema Fundamental de las Proporciones se aplica directamente en ellas.



Su gráfica corresponde a una recta que siempre pasa por el origen.

Proporcionalidad Inversa

Dos magnitudes se dicen que son **inversamente proporcionales**, si el producto entre ellas se mantiene constante.



En una **proporcionalidad inversa**, si una variable crece (o disminuye), y la otra disminuye (o crece). Si dos razones son inversamente proporcionales, para aplicar el Teorema Fundamental de las Proporciones en ellas, debemos invertir una de las razones.

Su gráfica corresponde a una hipérbola.

Proporcionalidad Compuesta

La **proporcionalidad compuesta** es la combinación de proporcionalidades directas e inversas o ambas.

Para resolver un problema que involucre proporcionalidad compuesta se debe:

- Construir la gráfica o tabla del problema.
- Relacionar la variable desconocida con las otras variables presentes en el problema (identificar los tipos de proporcionalidad).
- Se plantea la ecuación correspondiente y se resuelve el problema.

Porcentajes

El **porcentaje** es la comparación por cociente entre dos magnitudes, es decir, una razón de denominador 100.

$$a\%\ de\ \mathbf{b},\ corresponde\ a\ \frac{a}{100}\bullet b$$

El porcentaje es un caso particular de proporcionalidad directa, en que uno de los términos de la proporción es 100.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{100}$$

a : es el porcentaje.

b : es la cantidad de referencia.

c : es el tanto por ciento.

En economía, el concepto del **interés simple** es una aplicación de la proporcionalidad compuesta, en donde el Capital es directamente proporcional al Interés e inversamente proporcional al Tiempo

EVALUACIÓN DE LA UNIDAD

Preguntas de alternativas

- Encierra la alternativa que consideres correcta.

Lee y luego responde las preguntas 1, 2, 3 y 4.

En una encuesta realizada a los niños de un curso, se hicieron dos preguntas, obteniéndose la siguiente información:

- 12 niños saben nadar y 18 no saben nadar.
- 17 niños juegan fútbol y 13 no.

1. ¿Cuál es la razón entre los niños que saben nadar y los que no?

A. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

2. ¿Cuál es la razón entre los niños que juegan fútbol y los que no?

A. $\frac{17}{13}$ C. $\frac{13}{30}$

B. $\frac{13}{17}$ D. $\frac{17}{30}$

3. ¿Cuál es el porcentaje de alumnos que saben nadar?

A. 30%
B. 40%
C. 50%
D. 60%

4. **¿Cuál es el porcentaje aproximado de alumnos que NO juegan fútbol?**

A. 33%
B. 34%
C. 46%
D. 47%

5. **En una empresa trabajan 46 mujeres y 58 hombres. ¿Cuál es la razón entre la cantidad de hombres y la cantidad de mujeres?**

A. $\frac{46}{58}$

C. $\frac{46}{104}$

B. $\frac{58}{46}$

D. $\frac{58}{104}$

6. **¿Cuál de las siguientes alternativas corresponde a una proporción?**

A. $\frac{3}{4} = \frac{2}{5}$

C. $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

B. $\frac{2}{7} = \frac{7}{2}$

D. $\frac{5}{3} = \frac{15}{9}$

7. **¿Cuál de las siguientes razones forma una proporción con la razón $\frac{2}{5}$?**

A. $\frac{5}{2}$

C. $\frac{9}{15}$

B. $\frac{6}{5}$

D. $\frac{6}{15}$

8. ¿Cuál de las siguientes proposiciones corresponde a una proporción inversa?

A. Cantidad de kilogramos y dinero a cancelar.
B. Rapidez de un vehículo y distancia que recorre.
C. Días de lluvia y días de sequía.
D. Kilómetros recorridos y distancia recorrida.

Lee y luego responde las preguntas 9 y 10.

Los lados de un rectángulo están en la razón 2 : 3. Si el perímetro total del rectángulo es 30.

9. ¿Cuál es la medida del ancho del rectángulo?

A. 9 cm
B. 12 cm
C. 15 cm
D. 18 cm

10. ¿Cuál es la medida del largo del rectángulo?

A. 9 cm
B. 12 cm
C. 15 cm
D. 18 cm

11. Un automóvil recorre 800 kilómetros en 7 horas. ¿Cuántas horas tardará en recorre 1.200 kilómetros?

A. 9 horas
B. 9 horas y media
C. 10 horas
D. 10 horas y media

12. Un albañil realiza un trabajo en dos semanas. ¿Cuánto tiempo tardarán tres albañiles en hacer el mismo trabajo, con el mismo ritmo de trabajo?

A. 1 semana
B. 1 semana y media
C. 2 semanas
D. 2 semanas y media

13. 5 máquinas realizan un trabajo en 8 días. ¿Cuánto tiempo tardarán en hacer el mismo trabajo 3 máquinas de las mismas características que la anterior?

A. Tardan 6 días.
B. Tardan 10 días.
C. Tardan 12 días.
D. Tardan 14 días.

14. El 20% de los alumnos de un curso son hombres. ¿Cuántas mujeres hay en el curso, si el total de alumnos del curso es 40?

A. 8
B. 30
C. 32
D. 40

15. Una tienda hace un descuento del 25% a todos sus productos. Si un pantalón cuesta $ 18.500, ¿cuál es el precio de oferta del pantalón?

A. $ 4.625
B. $ 13.785
C. $ 13.875
D. $ 18.885

Pregunta abierta

1. Una encuesta acerca de la comida que preferida por los niños fue aplicada en un colegio. La tabla muestra la información recogida.

¿Cuál es tu comida favorita?

Comida	Cantidad de preferencia
Puré con salchichas	18 (20%)
Puré con huevo	6 (6%)
Arroz con salchichas	15 (17%)
Arroz con huevo	10 (1%)
Papas fritas con huevo	15 (17%)
Pollo con papas fritas	26 (29%)

a. ¿Cuántos niños fueron encuestados? 90 niños
b. Gráfica la información de la tabla en un gráfico circular, expresando los porcentajes, aproximados, de cada preferencia.

FICHA DE AMPLIACIÓN N° 1: PROPORCIONALIDAD COMPUESTA

1. Lee y luego resuelve. Identifica cada una de las variables y el tipo de proporcionalidad. Ayúdate del esquema.

a. Para alimentar a 15 gatos durante 5 días, se necesitan $ 6.250. ¿Cuánto dinero se necesitará para alimentar a 10 gatos durante 3 días?

Ayuda Ubica siempre la incógnita en la columna central

Variable 1: __________ Variable 2: __________ Variable 2: __________

Proporcionalidad: __________ Proporcionalidad: __________

Evalúa si tu respuesta es coherente o *no.*

b. F
alim

Proporcionalidad: __________ Proporcionalidad: __________

Evalúa si tu respuesta es coherente o *no.*

c. U ce
9 ho

Proporcionalidad: __________ Proporcionalidad: __________

Evalúa si tu respuesta es coherente o *no.*

Actividades Previas

- Para que recordar la potencia como multiplicación iterada, se sugiere plantear la siguiente situación:

Una tienda de ropa vendió en un día: 12 poleras, 12 pantalones, 12 camisas, 12 chalecos, 12 chaquetas y 12 polerones. ¿Cuántas prendas vendió en ese día la tienda?

Para la situación anterior, preguntar: Si la tienda realizara la misma venta todos los días durante un mes, ¿será un buen procedimiento sumar treinta veces el total de prendas diarias? ¿Habrá otro procedimiento?

- Los alumnos recuerdan las partes que componen a una potencia. Reconocen base, exponente y la relación que existe entre ellas.

3^5 Exponente

Base

Los alumnos relacionan potencia anterior con el producto de 3 · 3 · 3 · 3 · 3 y la leen como *tres elevado a cinco*.

Actividades Complementarias

- Para reforzar el trabajo de descomposición, los alumnos realizan las siguientes actividades:

a. Completa la siguiente tabla.

Múltiplos										
2										
3										
7										
10										
12										
15										

b. Determina los divisores de los siguientes números:

12 = ________________ 24 = ________________ 38 = ________________

76 = ________________ 103 = ________________ 207 = ________________

NÚCLEO DE CONTENIDO 1: POTENCIAS Y MULTIPLICACIÓN ITERADA

Actividad Previa

- Para el reconocimiento de potencias como una multiplicación iterada, pedir a los alumnos que expresen en forma de potencias las siguientes expresiones.

a. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$ ________
b. $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$ ________
c. $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 =$ ________
d. $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$ ________
e. $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 =$ ________

Actividades Complementarias

- Para afianzar los conceptos involucrados en la unidad. Los alumnos completan la siguiente tabla.

Potencia	Base	Exponente	Desarrollo	Valor de la Potencia
				125
			$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	
	3	7		
10^5				
			$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$	

- Los alumnos resuelven situaciones de la vida diaria que impliquen el cálculo de potencias.

a. Un edificio tiene 4 pisos, 4 departamentos por piso y en cada departamento viven 4 personas. ¿Cuántas personas viven en el edificio?

b. Un condominio de 5 edificios de 5 pisos, está habilitado para 5 personas cada uno. ¿Cuántas personas podrían vivir en el condominio?

c. Camila compró 3 cajas, cada una de ellas, contiene 3 paquetes y cada paquete contiene 3 tipos de lápices (uno rojo, uno azul y uno negro). ¿Cuántos lápices compró Camila? ¿Cuántos lápices rojos tiene? ¿Cuántos lápices azules tiene?

Actividades de Ampliación

- Si lo desea, puede trabajar con sus alumnos(as) la **Ficha 1**, sobre potencias de exponente negativo, contenida en el CD.

NÚCLEO DE CONTENIDO 2: POTENCIAS DE EXPONENTE 2 Y EL CUADRADO

Actividad Previa

- Para introducir las potencias de exponente 2 con la geometría y el área de un cuadrado, se sugiere plantear el siguiente problema.

Don Javier tiene un terreno de forma cuadrada de 200 metros de largo. Si desea sembrarlo con lechugas y éstas deben ser plantadas con una distancia de 50 cm. ¿Cuántas lechugas podría plantar?

Una vez que los alumnos comprenden el problema y utilicen alguna gráfica para plantear la situación, preguntar: ¿Cómo se relaciona esta situación con las potencias?

Actividades Complementarias

- Para el trabajo de potencias y área de un cuadrado. Pedir a los alumnos que observen las siguientes figuras. Luego, responden las preguntas planteadas.

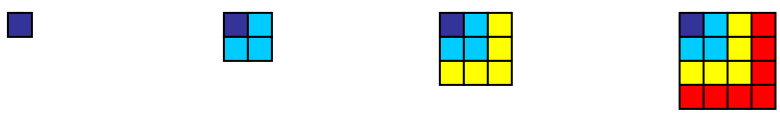


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

- ¿Cuál es el patrón que siguen las figuras?
- ¿Cuántos cuadritos formarán la sexta figura? ¿Y la séptima?
- ¿Cómo se relacionan las figuras con las potencias?
- Si cada cuadradito es de unidad 1 cm. ¿Cuál es el área de cada figura?
- ¿Qué sucede con el área del cuadrado cuando el lado aumenta al doble? ¿Y cuándo aumenta la triple?

- Apoyarse de regularidades y patrones numéricos no solo de tipo geométrico para establecer el uso de potencias y su relación con la geometría. Para ello se sugiere pedir a los alumnos que, observando la siguiente serie, respondan las siguientes preguntas:

$$1,\ 1 + 3,\ 1 + 3 + 5,\ 1 + 3 + 5 + 7,\ 1 + 3 + 5 + 7 + 11,\ \ldots$$

- ¿Cuál es la suma correspondiente en cada componente de la serie?
- ¿Cómo se relacionan estos números con la actividad anterior (áreas de cuadrados)?
- ¿Cómo se relaciona la serie con el uso de potencias?

Sugerencias de Tarea

- Los alumnos investigan, ¿cuál es la relación existente entre una potencia natural de exponente 2 y el área de un cuadrado? (La relación radica en la lectura de la potencia "al cuadrado").

NÚCLEO DE CONTENIDO 3: POTENCIAS DE EXPONENTE 3 Y EL CUBO

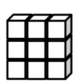
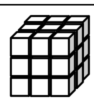
Actividad previa

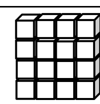
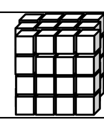
- Para introducir el trabajo de potencia de exponente 3 y establecer su relación con la geometría. Plantear a los alumnos la siguiente inquietud:

  Si una potencia de exponente 2 tiene como lectura "al cuadrado" y se relaciona con el área de un cuadrado, ¿con qué elemento geométrico se relacionará una potencia natural de exponente 3?

Actividades Complementarias

- Para el trabajo de potencias y representación geométrica. Los alumnos completan las siguientes tablas.

Representación Gráfica	Potencia
	3 cubitos
	$3 \cdot 3 = 3^2 = 9$ cubitos
	cubitos

Representación Gráfica	Potencia
	cubitos
	cubitos
	cubitos

- Para el trabajo de potencias y relación cúbica, los alumnos calculan los siguientes volúmenes.

a. Calcula el volumen de un cubo de arista 3 cm. Luego responde las siguientes preguntas.

- Si su arista aumenta al doble, ¿qué ocurre con su volumen?
- Si su arista aumenta al triple, ¿qué ocurre con su volumen?
- Si su arista aumenta al cuádruplo, ¿qué ocurre con su volumen?

b. Calcula el volumen de un cubo de arista 5 cm. Luego responde las siguientes preguntas.

- Si su arista aumenta al doble, ¿qué ocurre con su volumen?
- Si su arista aumenta al triple, ¿qué ocurre con su volumen?
- Si su arista aumenta al cuádruplo, ¿qué ocurre con su volumen?

Los alumnos establecen conjeturas en relación al volumen de un cubo, al aumentar una arista.

Sugerencia de Tarea

- Para el trabajo de capacidad y su relación con le volumen, se sugiere plantear el siguiente problema a sus alumnos.

La capacidad máxima de un estanque cúbico es de 8.000 litros. Si una manguera tarda 10 segundos en vaciar 2 litros al estanque, ¿cuánto tiempo tarda en llenar el estanque a su capacidad máxima?

NÚCLEO DE CONTENIDO 4: POTENCIAS DE BASE 10 Y NOTACIÓN CIENTÍFICA

Actividades Previas

- Para el trabajo de descomposición en potencias de 10. los alumnos resuelven divisiones de divisores de base 10, aplicando la estrategia que ellos estimen más convenientes.

a. 54.000 : 10 =
b. 125.000 : 100 =
c. 3.045.000 : 1.000 =
d. 35.468 : 10 =
e. 259.457 : 100 =
f. 7.564.268 : 1.000 =
g. 87.008 : 10 =
h. 305.001 : 100 =
i. 4.006.009 : 1.000 =

- Invitar a los alumnos a reflexionar acerca de la necesidad de establecer una nueva manera de representar cantidades muy grandes o muy pequeñas. Plantear preguntas como las siguientes: ¿Qué dificultades presenta realizar los siguientes cálculos?

a. 12.584.369.999.548.6894 + 14.256.578.698.699 – 5.687.698.999.354.326
b. 0,25458796548 + 0,154860054800 – 0,5787979779976666 + 478,548979641

Actividades Complementarias

- Para establecer la diferencia entre notación científica y notación en potencias de 10, los alumnos completan las siguientes tablas.

Número	Notación en Potencia de 10
280	
12.000	
31.450	
0,0008	
0,000578	
0,000056987	

Número	Notación Científica
280	
12.000	
31.450	
0,0008	
0,000578	
0,000056987	

Recordar que el trabajo de notación científica y notación en potencia de base 10, de números no enteros, solo puede ser realizado si se efectúa el trabajo de ampliación referido a potencias de exponente negativo.

Los alumnos se dan cuanta que la diferencia entre notación científica y en potencias de 10, radica en que el factor que multiplica a la potencia de 10, en el caso de notación científica, éste es menor a diez.

- Utilizando la información de la tabla, los alumnos expresan la información numérica en notación usual.

Planeta	Diámetro	Distancia al Sol
Júpiter	$1,4 \cdot 10^3$ km	777,7 millones de kilómetros
Marte	$6,8 \cdot 10^3$ km	228 millones de kilómetros
Mercurio	$0,49 \cdot 10^4$ km	57.850.000 kilómetros
Neptuno	$4,85 \cdot 10^4$ km	4,5 miles de millones de kilómetros
Plutón	$4 \cdot 10^3$ km	$5,92 \cdot 10^2$ kilómetros
Saturno	$1,21 \cdot 10^3$ km	1.428.000.000 kilómetros
Tierra	$1,27 \cdot 10^4$ km	149,5 millones de kilómetros
Urano	$5,1 \cdot 10^4$ km	2,87 miles de millones de kilómetros

Sugerencias de Tarea

- ¿De cuántas formas distintas puedes escribir la fracción $\frac{215}{10.000}$ en notación científica?

NÚCLEO DE CONTENIDO 5: POTENCIAS Y DIAGRAMA DE ÁRBOL

Actividad Previa

- Para introducir la necesidad de representar gráficamente una situación plantear a los alumnos el siguiente problema.

El 7°A organizará una fiesta. Las invitaciones se enviarán mediante una cadena de mensajes de texto. Felipe, Presidente de Curso, partirá enviando mensajes a tres amigos, y éstos, a su vez, a tres personas más, y así sucesivamente hasta completar 81 (sin repetir a ninguna persona). ¿En qué etapa se enviarán 9 mensajes de texto? ¿Cuántas etapas son necesarias para invitar a 27 personas?

Actividades Complementarias

- Plantear actividades relacionadas con probabilidad: lanzamientos de dados o monedas, combinatoria simple, etc. Destacar la relación existente con las potencias. Por ejemplo:

a. Gabriela y Felipe juegan lanzando los dados; si el producto de los números es mayor que 12 gana Felipe, si no, gana Gabriela. ¿Quién tiene más posibilidades de ganar?

b. Si se lanza 3 veces una moneda, ¿cuál es la probabilidad de obtener dos caras y un sello?
¿Cuál es la probabilidad de obtener igual número de caras y sellos al lanzar 6 monedas?

c. Calcula la probabilidad de obtener al menos 2 sellos al lanzar 5 monedas.

d. Catalina tiene una fiesta, y no sabe que ponerse. Puede elegir entre cuatro poleras (roja, azul, negra y blanca), tres pantalones (azul, negro, café) y dos pares de zapatos (zapatillas, botas). ¿De cuántas maneras distintas podrá combinar su vestuario?

Si decide elegir al azar qué se pondrá, ¿cuál es la probabilidad de que salga con polera azul, pantalón café y botas? Confeccionan un diagrama de árbol que permita representar todas las combinaciones posibles para la actividad anterior.

El diagrama de árbol es una estrategia de resolución de problemas que permite comprender visualmente el proceso matemático que se está desarrollando. Haga consciente al alumno de la importancia de un orden correcto de la información, ya que la mayor dificultad se presenta cuando los alumnos consideran más de una vez una misma información.

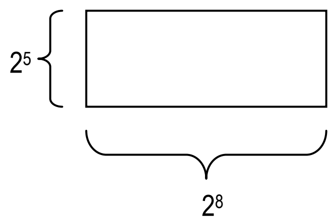
NÚCLEO DE CONTENIDO 6: PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS

Actividades Previas

- Para introducir la necesidad de contar con propiedades que permitan operar de mejor forma las potencias, preguntar: ¿Cómo podríamos resolver la siguiente expresión, utilizando lo que conocemos de potencias y la prioridad de operaciones?

$$2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^7 \cdot 2^2 : 2^0 : 2^1 \cdot 2^8 \cdot 2^2 + (2^7)^3$$

- Para el trabajo específico de multiplicación de potencias de igual base, pedir a los alumnos que calculen el área del siguiente rectángulo.



Luego, explican el procedimiento utilizado y escriben una regla que les permita calcular multiplicaciones de potencias de igual y base.

Actividades Complementarias

- Para reforzar el trabajo de operaciones combinadas de potencias, los alumnos resuelven los siguientes ejercicios, aplicando las propiedades de potencias y la prioridad de operaciones.

a. $4^3 \cdot 4^4 \cdot 4^7 \cdot 4^2 : 2^0 : 2^1 \cdot 2^8 \cdot 2^2$

b. $8^3 + 8^4 \cdot 8^7 \cdot 8^2 : \cdot 8^8 \cdot 8^2$

c. $5^6 \cdot 5^{12} + 5^7 \cdot 5^9 : 5^1 \cdot 5^8 \cdot 5^2$

d. $(3^3 \cdot 3^4)^2 \cdot 9^2 \cdot 9^2 : 9^0 : 9^1 \cdot 3^8$

- Para comprender las propiedades de potencias y el procedimiento utilizado, los alumnos completan la siguiente tabla.

Propiedad	Procedimiento	Ejemplo
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$		
$a^n : a^m = a^{n-m}$		
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$		
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$		
$(a : b)^n = a^n : b^n$		

- Para verificar que las potencias no son conmutativas, ni asociativas, ni distributivas con respecto a la suma, los alumnos analizan las siguientes igualdades.

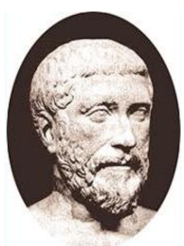
¿$a^n = n^a$? ¿$(a^n)^m = a^{(n^m)}$? ¿$(a+b)^n = a^n + b^n$?

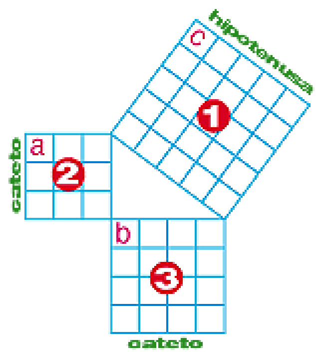
NÚCLEO DE CONTENIDO 7: POTENCIAS Y TEOREMA DE PITÁGORAS

Actividades Previas

- Para introducir el Teorema de Pitágoras comentar a sus alumnos que **Pitágoras**, filósofo y matemático griego, cuyas doctrinas influyeron mucho en Platón, descubrió una situación muy especial que se produce en el triángulo rectángulo y que se relaciona con sus lados.

Su teorema dice: "*El cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo, equivale a la suma de los cuadrados construidos sobre sus catetos"*





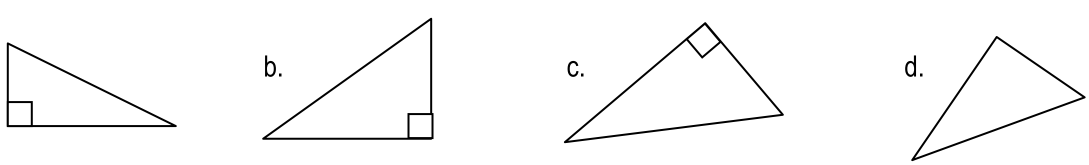
Probar con los alumnos que el **cuadrado 1 tiene su área igual a la suma de los cuadrados 2 y 3** (Se sugiere utilizar la misma cantidad de recuadros que la figura).

- Comentar a sus alumnos que un **teorema** es una afirmación que puede ser demostrada verdadera dentro de un marco lógico. Las afirmaciones menos importantes se denominan: Lema.

Actividades Complementarias

- Para reconocer hipotenusa y catetos de un triángulo rectángulo, pedir a sus alumnos que identifiquen en el siguiente grupo de triángulos: catetos e hipotenusas.

a. b. c. d.



Haga notar a sus alumnos que el último triángulo (d.), no es posible asegurar que se trate de un triángulo rectángulo (no está marcado su ángulo recto) y, por tanto, no podríamos asegurar que tenga hipotenusa ni catetos.

- Para aplicar la fórmula, relaciona al Teorema de Pitágoras. Los alumnos completan la siguiente tabla.

Medida de los Catetos		Medida de la Hipotenusa	Fórmula
3 cm	4 cm		
		10 cm	
9 cm		15 cm	
5 cm	12 cm		

- Los alumnos resuelven los siguientes problemas, aplicando el Teorema de Pitágoras a problemas de un nivel más complejo.

a. La medida de la base de un triángulo isósceles es 10 cm. Si la medida de su perímetro es 36 cm, ¿cuál es la medida de la altura perpendicular a la base?

b. El perímetro de un triángulo ABC es 36 cm. Si se sabe que la longitud del lado AB es tres unidades mayor que la longitud de BC y que las medidas de AC y AB son iguales. ¿Cuál es la medida de la altura perpendicular a la base BC? ¿Cuál es el área del triángulo ABC?

Sugerencia de Tarea

- Pedir a los alumnos que investiguen sobre los aportes de Pitágoras a la matemática y los tríos pitagóricos.

Información Complementaria

- En la página de Internet http://descartes.cnice.mecd.es/3_eso/Demostraciones_graficas_teorema_pitagoras/Demostraciones_1.htm#primera%20demostración, encontrará demostraciones interactivas del Teorema de Pitágoras. No olvide que las páginas o su contenido pueden variar.

Definición de Potencia

Se considera una **potencia** a todo número de la forma b^n; al número *a* se le llama **base** y al número **n** se le llama **exponente**, y se lee. “ b elevado a n ”.

n ⟵ Exponente

b ⟵ Base

$\longrightarrow b^n = b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \ldots\ldots b$

Cuando *n* toma el valor de uno, se considera $a^n = a$

Las relaciones más importantes son:

Potencia de exponente 0
Todo número elevado a la potencia cero es igual a uno.

$\boxed{a^0 = 1}$

Potencia de exponente 1
Todo número elevado a la potencia uno es igual a sí mismo.

$\boxed{a^1 = a}$

Potencia de base 10
Toda potencia de base 10 es igual a la unidad seguida de tantos ceros como unidades tiene el exponente.

$10^2 = 10 \times 10 = 100$
$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$
$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$

Potencia de exponente 2
La potencia dos se lee “elevado al cuadrado”

$\boxed{a^2 = a \times a}$

Potencia de exponente 3
La potencia tres se lee “elevado al cubo”

$\boxed{a^3 = a \times a \times a}$

Una potencia cumple las siguientes relaciones:

- Si $a \le b$, entonces $a^m \le b^m$.
- Si $\boldsymbol{0 \le a \le 1}$ y $\boldsymbol{m \le n}$, entonces $a^m \ge a^n$.
- Si $a \ge 1$ y $m \le n$, entonces $a^m \le a^n$.
- Si la potencia es de base negativa, **a** es mayor que cero y el exponente es par, entonces la potencia será siempre positiva: $(-a)^{2n} > 0$
- Si la potencia es de base negativa, **a** es mayor que cero y el exponente es impar, entonces la potencia será siempre negativa: $(-a)^{2n+1} < 0$

Propiedades de las Potencias

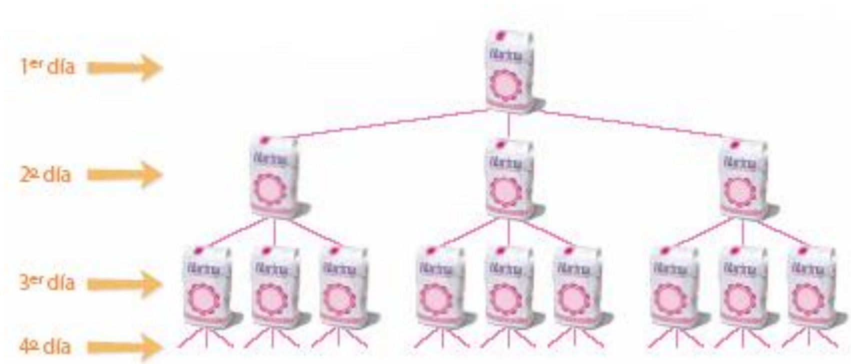
Multiplicación	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ $a^3 \cdot a^2 = (a \cdot a \cdot a)(a \cdot a) = a^5$
División	$a^n : a^m = a^{n-m}$ $\quad a \neq 0$
Potencia de un producto	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
Potencia de un cociente	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
Potencia de una potencia	$\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}$
Potencia de exponente cero	$a^0 = 1$ $\quad a \neq 0$
Potencia negativa	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\quad a \neq 0$
Exponentes racionales $\left(\frac{m}{n}\right)$	$b^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{b^m} = \left(\sqrt[n]{b}\right)^m$ $\quad n \in \mathbb{N}$
	$\sqrt{\ }$ — Toda potencia de exponente racional puede expresarse con el símbolo $\sqrt{\ }$, denominado raíz.

Propiedades que no tienen las potencias

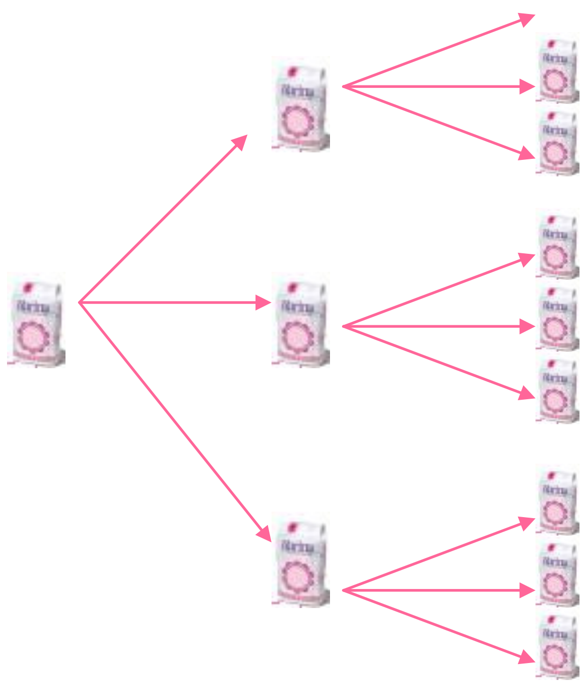
No son conmutativas	$a^n \neq n^a$	$3^2 \neq 2^3$
No son asociativas	$\left(a^n\right)^m \neq a^{\left(n^m\right)}$	$\left(2^4\right)^3 \neq 4^{\left(3^2\right)}$
No son distributivas respecto a la suma y resta	$(a \pm b)^n \neq a^n \pm b^n$	$(3 \pm 4)^2 \neq 3^2 \pm 4^2$

Diagrama de Árbol

La representación más utilizada es el **diagrama de árbol**, corresponde a una estrategia de resolución de problemas que permite comprender visualmente el proceso matemático que se está desarrollando. Haga consciente al alumno de la importancia de un orden correcto de la información, ya que la mayor dificultad se presenta cuando los alumnos consideran más de una vez una misma información.



Su representación puede ser horizontal o vertical.



Notación Científica

La notación científica corresponde a un tipo de representación que nos permite escribir de una forma más simple aquellos números que son muy grandes o muy pequeños. En valor absoluto suele indicarse en la forma $a \cdot 10^n$, donde a es una expresión decimal con una sola cifra entera no nula (llamada mantisa) y n es un número entero (exponente).

Las calculadoras científicas, cuando el resultado tiene más cifras de las que le caben en la pantalla lo expresan directamente en esta notación; algunas también lo hacen cuando hay demasiados ceros a la izquierda.

Para expresar un número en notación científica, multiplicamos o dividimos por 10 tantas veces como sea necesario, para que todos los dígitos aparezcan a la derecha del punto decimal y de modo que el primer dígito después del punto no sea cero. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 732.5051 &= 0.7325051 \times 10^3 \\ -0.005612 &= -0.5612 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

En general, un número real *x* distinto de cero, se representa en notación científica en la forma:

$$\mathbf{x} \cdot 10^n \ (\mathbf{x} \in \mathrm{IR},\ n \in \mathrm{Z}) \text{ con } 1 \leq \mathbf{x} < 10.$$

Notación decimal	Procedimiento	Notación científica
9.000.000 6.800.000.000 3.421.000.000.000	10^6 9.000.000 10^9 6.800.000.000 10^{12} 3.421.000.000.000	$9 \cdot 10^6$ $6{,}8 \cdot 10^9$ $3{,}421 \cdot 10^{12}$
0,000009 0,0000000086 0,0000000001243	0,000.009 10^{-6} 0,000.000.008.6 10^{-9} 0.000.000.000.124.3 10^{-10}	$9 \cdot 10^{-6}$ $8{,}6 \cdot 19^{-9}$ $1{,}243 \cdot 10^{-10}$

Teorema de Pitágoras

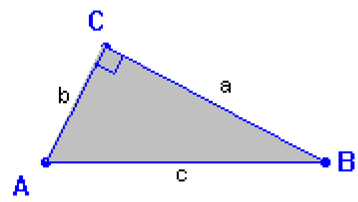
El **Teorema de Pitágoras** es uno de los Teoremas más conocidos de las matemáticas y uno de los más estudiados. Fue propuesto por el matemático y filósofo griego Pitágoras de Samos.

El Teorema de Pitágoras dice:

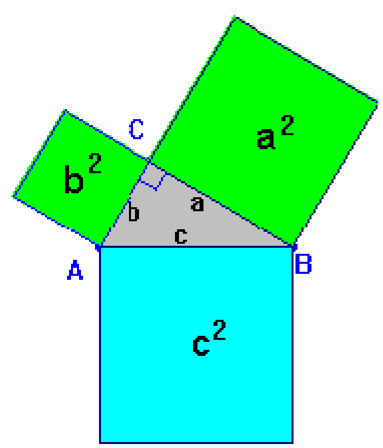
En un triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la Hipotenusa.

Formalmente, si un triángulo tiene catetos de tamaño *a* y *b*, el valor *c* de la Hipotenusa está determinado por:

$$c^2 = a^2 + b^2$$



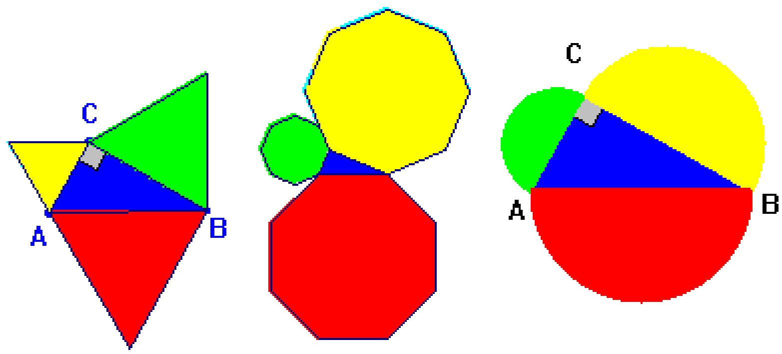
Cada uno de los sumandos, representa el área de un cuadrado de lado, a, b, c. Con lo que la expresión anterior, en términos de áreas se expresa en la siguiente forma:



El área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos.

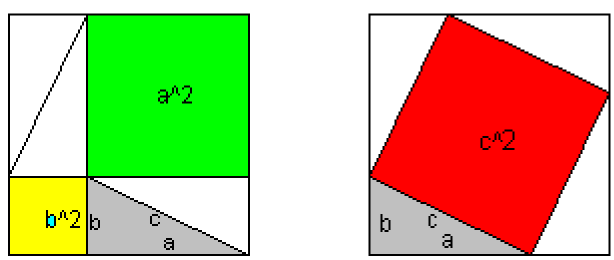
Teorema de Pitágoras Generalizado

Si en vez de construir un cuadrado, sobre cada uno de los lados de un triángulo rectángulo, construimos otra figura, se sigue cumpliendo que el área de la figura construida sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de las figuras semejantes construidas sobre los catetos.



Una de las demostraciones geométricas más conocidas, es la que se muestra a continuación, que suele atribuirse al propio Pitágoras.

A partir de la igualdad de los triángulos rectángulos es evidente la igualdad $a^2 + b^2 = c^2$



EVALUACIÓN DE LA UNIDAD

Preguntas de alternativas.

- **Encierra la alternativa que consideres correcta.**

1. Un condominio está compuesto por 7 manzanas cuadradas. Cada manzana tiene 7 casas y cada casa tiene 7 puertas. ¿Cuántas puertas hay en total en el condominio?
A. 21
B. 49
C. 56
D. 343

2. ¿Cuál es le valor de 12^2?
A. 12
B. 24
C. 122
D. 144

3. Si el lado de un cuadrado es 2^3 cm. ¿Cuánto es su área?
A. 16
B. 32
C. 64
D. 512

4. Si el área de un rectángulo expresado en potencias es 2^6 cm^2. ¿Cuánto mide su ancho si su largo es 2^4 cm?

A. 2 cm
B. 4 cm
C. 6 cm
D. 8 cm

5. ¿Cuál es el volumen de un cubo de arista 3 cm?
A. 6 cm^3
B. 9 cm^3
C. 12 cm^3
D. 27 cm^3

6. Si el volumen de una arista de un cubo es 125 cm^3. ¿Cuál es la medida de su arista?
A. 5 cm
B. 25 cm
C. 50 cm
D. 75 cm

7. ¿Cuál de las siguientes alternativas representa al número 580.000 escrito en notación científica?

A. $58 \cdot 10^4$
B. $58 \cdot 10^5$
C. $5{,}8 \cdot 10^4$
D. $5{,}8 \cdot 10^5$

8. ¿Cuál es le número que corresponde a la descomposición de $3 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^0$?

A. 38.500
B. 38.050
C. 30.850
D. 30.805

9. ¿Cuál es el valor de la expresión $(4^5 \cdot 4^4)^3 : 4^{27}$?

A. 1
B. 4^{14}
C. 4^{33}
D. 4^{57}

10. Si una bacteria se triplica cada 1 hora. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa la cantidad de bacterias que habrá al cado de 4 horas, si inicialmente había una bacteria?

A. 3^4
B. 4^3
C. $3 \cdot 4$
D. $3^1 \cdot 4^3$

11. ¿Qué valor falta en la siguiente expresión para que la igualdad sea verdadera?

$$(8^6 : 8^2)^{\square} = 8^{12}$$

A. 2
B. 3
C. 4
D. 6

12. ¿Cuál de las siguientes igualdades es <u>falsa</u>?

A. $4^0 = 1$
B. $5^2 \cdot 5 = 5^3$
C. $(3^4)^2 = 3^6$
D. $6^6 : 6^4 = 6^2$

13. Una cierta bacteria se reproduce por bipartición cada 10 minutos. Si en un comienzo había tres bacterias, ¿cuántas habrá al cabo de media hora?
A. 6 bacterias
B. 8 bacterias
C. 12 bacterias
D. 24 bacterias

14. ¿Cuál el es la medida de la hipotenusa de un triángulo rectángulo si sus catetos son 6 cm y 8 cm, respectivamente?
A. 10 cm
B. 12 cm
C. 14 cm
D. 28 cm

15. ¿Cuál es la medida de la altura de la base de un triángulo isósceles si su base es 18 cm y su perímetro 48 cm?
A. 9 cm
B. 10 cm
C. 12 cm
D. 18 cm

Pregunta de Desarrollo.

- **Lee atentamente. Luego responde.**

1. El equipo de fútbol de un colegio está eligiendo su tenida deportiva. Como propuesta tienen: 27 poleras, 9 pantalones y 3 tipos de zapatos distintos. ¿Cuántas combinaciones distintas de ropa tienen?
Tienen 729 combinaciones distintas.

2. Una bacteria que se reproduce por bipartición cada 5 minutos, ¿cuánto tiempo demora en reproducirse hasta llegar a formar 128 bacterias?
Demora 35 minutos.

3. Considerando un cubo de arista 2^3 m. Calcula:

a. El área de cada una de sus caras: ____2^6 m^2 ________
b. El área total del cubo (superficie): ______$6 \cdot 2^6$ m^2 ______
c. El volumen del cubo: _____2^9 m^3 _______
d. La cantidad de pintura que se necesita para pintar el cubo, si un tarro de pintura permite cubrir 6 m^2. ______necesita 64 tarros_________

FICHA DE AMPLIACIÓN N° 1: POTENCIAS DE BASE NATURAL Y EXPONENTE NEGATIVO

1. Observa la tabla. Complétala y luego responde.

Potencia	Multiplicación de factores iguales	Valor de la potencia
$5^4 =$	$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$	625
$5^3 =$		125
$5^2 =$		25
$5^1 =$		5
$5^0 =$		1
$5^{-1} =$		
$5^{-2} =$		
$5^{-3} =$		
$5^{-4} =$		

a. Al observar la tabla verticalmente, de arriba hacia abajo, ¿qué relación observas entre los valores de la potencia?

___

___

___

b. Si divides 625 en 5, ¿cuál es el cociente? ► ___

c. Si divides 125 en 5, ¿cuál es el cociente? ► ___

d. Si divides 25 en 5, ¿cuál es el cociente? ► ___

e. Si calculaste correctamente te habrás dado cuenta de que el cociente corresponde al número que sigue en la tabla. Entonces, ¿qué número vendrá después del 1? ¿Y luego?

___

___

2. Transforma las siguientes potencias de exponente negativo a exponente positivo.

a. 3^{-2} = ___ d. 2^{-5} = ___ g. 9^{-2} = ___

b. 4^{-3} = ___ e. 5^{-6} = ___ h. 7^{-4} = ___

c. 8^{-1} = ___ f. 6^{-7} = ___ i. 4^{-9} = ___

3. Escribe cada expresión como una potencia de exponente negativo.

a. $\frac{1}{2^3}$ = ________

b. $\frac{1}{4^5}$ = ________

c. $-\frac{1}{10^6}$ = ________

d. $-\frac{1}{5^3}$ = ________

e. $\frac{1}{(-2)^4}$ = ________

f. $\frac{1}{(-3)^6}$ = ________

4. Resuelve.

a. $3^{-5} + 3^2$

d. $\frac{1}{4^4} + \frac{1}{3^3}$

b. $4^{-2} + 2^{-3}$

e. $\frac{1}{8^3} - \frac{1}{2^4}$

c. $5^{-2} + \frac{1}{2^3}$

f. $\frac{4^{-4} + 4^{-3}}{2^2}$